Lösung

Problemstellung 1:

1. In die Spule wird durch die Bewegung über den Magneten ein Strom und somit auch ein Magnetfeld induziert, das seiner Ursache, also der Bewegung, entgegenwirkt. Dies besagt die Lenz' sche Regel, die aufgrund des Energieerhaltungssatzes gilt.
   Der Strom entsteht aufgrund der Lorentzkraft: Ein Leiter bewegt sich durch ein Magnetfeld, dadurch erfahren die Ladungen im Leiter eine Kraft. Normalerweise sind das in einem Metall die Elektronen. Ihre Bewegungsrichtung kann mit der Linken-Hand-Regel bestimmt werden, die Stromrichtung mit der Rechten-Hand-Regel.

2. Laut Induktionsgesetz ist die induzierte Spannung $U_{ind} = -\dot{\Phi} = -(\dot{BA}) = -B\ell v$. Dabei wird angenommen, dass B konstant ist. Die Änderung der Fläche ist gleich $\ell \cdot v$. Für den induzierten Strom findet man $I = \frac{U}{R} = -\frac{B\ell v}{R}$.
   Nur im vorderen oder hinteren Teil der Leiterschleife können sich die Ladungen im Leiter entlangbewegen, in den seitlichen Teilen bewegen sich die Ladungen aufgrund der Lorentzkraft senkrecht zum Leiter (Überprüfung mit der Rechten-Hand-Regel) und tragen nichts zum Strom bei.
   Es befindet sich jeweils nur der vordere oder der hintere Teil des Drahtes im Magnetfeld, daher ist die Lorentzkraft auf den Strom durchflossenen Leiter gleich $F = IB\ell = -\frac{B^2\ell^2}{R}v$
   Das negative Vorzeichen kann man auch dadurch begründen, dass die Lorentzkraft aufgrund der Lenz' schen Regel der Ursache (also der Bewegung und somit der Geschwindigkeit) entgegenwirkt.
   Nach Newton ist $F = m \cdot a = m \cdot \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}$
   Somit gilt: $m \cdot \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{B^2\ell^2}{R}v$

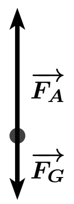
3. Es gibt mehrere Ansätze, um die Formel zu bestätigen:
   Die induzierte Spannung ist $U_{ind} = -B\ell v$ (so wird das Induktionsgesetz meistens hergeleitet).
   Damit ist der induzierte Strom $I = \frac{U}{R} = -\frac{B\ell v}{R}$
   Die Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter ist gleich $F_L = BI\ell = -\frac{B^2\ell^2}{R}v$
   Die Grundgleichung der Mechanik stellt den Zusammenhang zwischen Kraft und Beschleunigung her: $ma = F_L$. Wird die Beschleunigung durch die zeitliche Ableitung der Geschwindigkeit ersetzt, so erhält man die zu bestätigende Formel:
   $m \cdot \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{B^2\ell^2}{R}v$
   Zum Überprüfen der Lösung kann die Geschwindigkeit auch direkt in die Gleichung eingesetzt werden:
   $-\frac{m \cdot v_0}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{B^2\ell^2}{R}v_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
   Die Faktoren v_0 und $e^{-\frac{t}{\tau}}$ können gekürzt werden.
   Daher gilt: $\frac{m}{\tau} = \frac{B^2\ell^2}{R}$
   Dies bedeutet, dass es möglich ist, mit Hilfe der Konstanten τ die Differentialgleichung zu lösen, was zu zeigen war.
   Man erhält weiters:

$\tau = \frac{mR}{B^2\ell^2} = \frac{5,0 \cdot 10^{-2}\,kg \cdot 2,0 \cdot 10^{-2}\,\Omega}{(8,5 \cdot 10^{-1}\,T)^2 \cdot (5,0 \cdot 10^{-2}\,m)^2} = 0,554\,s$
Alternativ kann die Differentialgleichung mit den gegebenen Anfangsbedingungen gelöst werden, z.B. mit Ansatz oder durch Trennen der Variablen.
Trennen der Variablen:
$m \cdot \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{B^2\ell^2}{R} v \Rightarrow$
$\frac{\mathrm{d}\,v}{v} = -\frac{B^2\ell^2}{mR} \cdot \mathrm{d}\,t \Rightarrow$
$\ln(v) - \ln(v_0) = -\frac{B^2\ell^2}{mR} \cdot (t-0) \Rightarrow$
$\frac{v}{v_0} = e^{-\frac{B^2\ell^2}{mR} \cdot t} \Rightarrow$
$v = v_0 \cdot e^{-\frac{B^2\ell^2}{mR} \cdot t}$

4. Zum Überqueren des Magneten muss die Spule zwei Mal den Weg ℓ zurücklegen (nach der Wegstrecke ℓ ist sie erst vollständig über dem Magneten).
   Die Überquer-Zeit wird nun mit T abgekürzt. $\int\limits_0^T v \mathrm{d}\,t = \int\limits_0^T 2,0 \cdot 10^{-1} m/s \cdot e^{-\frac{t}{0,554\,s}} \mathrm{d}\,t =$
   $2,0 \cdot 10^{-1} m/s \cdot \frac{1}{-\frac{1}{0,554\,s}} \left[e^{-\frac{t}{0,554\,s}}\right]_0^T = -0,1108 m \cdot e^{-\frac{T}{0,554\,s}} + 0,1108 m = 2\ell = 0,10 m \Rightarrow$
   $0,0975 = e^{-\frac{T}{0,554\,s}}$
   Logarithmieren ergibt $T = 1,290\,s$
   $v(t=T) = 0,0195\,m/s$

5. Die maximal mögliche Strecke in Abhängigkeit von der Startgeschwindigkeit v_0 ergibt sich für beliebig lange Zeiten ($t \to \infty$) zu:
   $\int\limits_0^\infty v_0 e^{-\frac{t}{0,554 s}} = -v_0 \cdot 0,554 s \left[e^{-\frac{t}{0,554\,s}}\right]_0^\infty = v_0 \cdot 0,554 s = s$
   Größer kann die Strecke (abhängig von v_0) nicht werden.
   Im konkreten Fall $s = 1,0 \cdot 10^{-1}\,m$ ist $v_0 = \frac{1,0 \cdot 10^{-1}\,m}{0,554\,s} = 0,18\,m/s$
   Dies ist die Grenzgeschwindigkeit. Bei Anfangsgeschwindigkeiten gleich oder kleiner der Grenzgeschwindigkeit kann der Waggon den Magneten nicht überqueren, er bleibt über dem Magneten stehen.

Problemstellung 2
Steigphase

1. 

2. Damit die Bewegung geradlinig-gleichförmig ist, müssen sich die Kräfte aufheben. Laut Zeitungsbericht ist die Auftriebskraft doppelt so groß wie Kraft, die das System im Gleichgewicht halten würde, also doppelt so groß wie die Gegenkraft zum Gewicht; $F_A = 2F_G$.
   Damit die Kräfte im Gleichgewicht sind, muss die Reibungskraft gleich $F_A - F_G$ sein, also insgesamt gleich $F_G \approx 30\,kN$ (der Ortsfaktor wurde dabei konstant angenommen, obwohl er mit zunehmender Höhe ein wenig kleiner wird).

Sprungphase

2. Die Geschwindigkeit ist fast linear in der Zeit, das heißt, die Beschleunigung ist fast konstant. In dieser Fallhöhe spielt die Luftreibung also eine untergeordnete Rolle.
   $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{195\,m/s}{20\,s} = 9,75\,m/s^2$
   Dieser Wert liegt sehr nahe an der Fallbeschleunigung $g = 9,81\,m/s^2$ in der Nähe der Erdoberfläche.
   Da die Fallbeschleunigung g in einem Abstand r zum Erdschwerpunkt proportional zu $1/r^2$ist, ergibt sich in einer Höhen von $39\,km$ ein errechneter Wert der Fallbeschleunigung von
   $9,81\,m/s^2 \cdot \left(\frac{6370\,km}{6409\,km}\right)^2 \approx 9,69\,m/s^2$
   Der mittlere Abstand Erdoberfläche zum Erdschwerpunkt ist dabei $6370\,km$.

3. Die angegebene Tabelle wird durch die Zeiten und die Geschwindigkeiten ergänzt:

Höhe[km]	10	20	30	40
Schallgeschwindigkeit [m/s]	305	297	301	318
t [s]	150	75	45	/
v [m/s]	100	220	340	/

   45 Sekunden nach dem Sprung liegt die Geschwindigkeit eindeutig über der Schallgeschwindigkeit. Er hat also sicher Überschallgeschwindigkeit erreicht.
   Alternativ kann man auch argumentieren, dass die Maximalgeschwindigkeit von $1341,9\,km/h = 372,75\,m/s$ größer ist als die angegebenen Schallgeschwindigkeiten.

4. $E_{Absprung} = mg_{Absprung}h_{Absprung} + 0 = 120\,kg \cdot 9,69\,m/s^2 \cdot 39045\,m = 45,4MJ$
   Die maximale Geschwindigkeit wird nach ca. $50\,s$ erreicht, sie beträgt $1341,9\,km/h = 372,75\,m/s$, die Höhe ist dabei $27,5\,km$, die errechnete Fallbeschleunigung beträgt $9,81\,m/s^2 \cdot \left(\frac{6370\,km}{6397,5\,km}\right)^2 \approx 9,72\,m/s^2$. Der Unterschied im Wert der Fallbeschleunigungen liegt unter der Ablesegenauigkeit der Höhe, ist also für die Genauigkeit des Ergebnisses nicht ausschlaggebend.
   $E_{max.\,v} = mg_{max.\,v}h_{max.\,v} + \frac{1}{2}mv_{max}^2 = 120\,kg \cdot 9,72\,m/s^2 \cdot 27500\,m + \frac{1}{2} \cdot 120\,kg \cdot \left(\frac{1341,9\,m/s}{3,6}\right)^2 = 40,4MJ$

   $\Delta E_{mech} = E_{Absprung} - E_{max.v} \approx 5,0\,MJ$
   Somit nimmt die ursprüngliche mechanische Energie um 11% ab. Teilweise wird sie in Wärme umgewandelt, ein Teil wird zur Verschiebung der Luftteilchen benötigt.

5. $v(t_1) \approx 350\,m/s; v(t_2) \approx 370; v(t_3) \approx 330\,m/s$
   Die Reibungskraft wächst mit zunehmender Geschwindigkeit ("Stokes'sche Reibung": proportional zu v bei kleinen Geschwindigkeiten; "Newton'sche Reibung": proportional zu v^2).
   Zunächst werden die Geschwindigkeiten der Größe nach geordnet:
   $v(t_3) < v(t_1) \approx 350 < v(t_2)$

   Ebenso werden die Reibungskräfte der Größe nach geordnet:
   $\vec{f_B} < \vec{f_C} < \vec{f_A}$
   Somit ist die zeitliche Zuordnung:
   $t_1 \rightarrow C$
   $t_2 \rightarrow A$
   $t_3 \rightarrow B$

6. Der Schirm wird nach 4 Minuten und 20 Sekunden (also nach $260\,s$) geöffnet.
   Im Diagramm ist das eine Höhe von ca. $2,5\,km$
   Die restliche Fallzeit ist gleich der gesamten Flugdauer minus der Zeit beim Öffnen des Schirms
   $\Delta t = 543\,s - 260\,s = 283\,s$
   $\overline{v} = \dfrac{\Delta h}{\Delta t} \approx 8,8\,m/s \approx 31,8\,km/h$
   Beim Öffnen des Schirmes wird die Bewegung stark verzögert, ist also dort nicht gleichförmig. Seitliche Windböen könnten die geradlinige Bewegung stören. Bei Windstille kann die Bahn als geradlinig angesehen werden. Die Dichte der Luft nimmt mit geringerer Höhe zu, die Geschwindigkeit nimmt ab. Daher ist die Bewegung nicht unbeschleunigt, also nicht gleichförmig.
   Außerdem hat er beim Öffnen des Schirmes noch eine Geschwindigkeit von ca. $50\,m/s$, die mittlere Geschwindigkeit, die für die letzten $2,5\,km$ berechnet wurde, ist aber nur $8,8\,m/s$. Daher muss sich die Geschwindigkeit stark ändern.

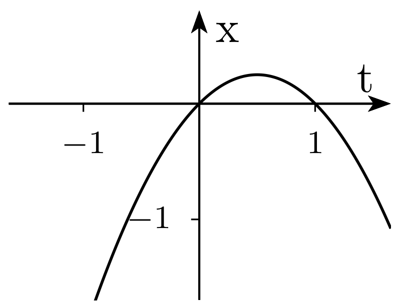
7. Die kinetische Energie am Boden wird mit der potentiellen Energie beim Absprung aus einer Höhe h gleichgesetzt:
   $\dfrac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow h = \dfrac{v^2}{2g} \approx 3,95\,m$
   Dies ist etwa die Fensterhöhe im ersten Stock.

Detaillierte Informationen finden sich hier: `https://flugundzeit.blog/tag/stratospharensprung/`

Fragen

1. Da der Koeffizient der quadratischen Parabel mit a festgelegt wird, müssen wir für die Beschleunigung einen anderen Buchstaben wählen: α
   Die Translation beginnt im Ursprung. Daher ist die Bewegungsgleichung $y = \frac{1}{2}\alpha t^2$ und $v_y = \alpha t$.
   Die induzierte Spannung ist nach dem Induktionsgesetz gleich $U_{ind} = -\dot{\Phi} = -(B \dot{\cdot} A)$.
   Das Magnetfeld B ist konstant, gesucht ist die zeitliche Ableitung der Fläche.
   Integration ergibt die Fläche bis zum y-Wert h: $A = 2 \cdot \int\limits_0^h x \mathrm{d}\, y = 2\frac{1}{\sqrt{a}} \int\limits_0^h \sqrt{y}\mathrm{d}\, y = \frac{4}{3\sqrt{a}} h^{3/2}$
   Benennt man den $y-$Wert h wieder in y um, dann ist die Fläche in Funktion des $y-$Wertes gleich $A(y) = \frac{4}{3\sqrt{a}} y^{3/2}$
   Die induzierte Spannung ist somit $U_{ind} = -(B \dot{\cdot} A) = -B\frac{\mathrm{d}\, A}{\mathrm{d}t} = -B\frac{\mathrm{d}\, A}{\mathrm{d}y} \cdot \frac{\mathrm{d}\, y}{\mathrm{d}t} = -B \cdot \frac{2}{\sqrt{a}} \sqrt{y} \cdot \alpha t = -\frac{2\alpha B}{\sqrt{a}}\sqrt{y}t.$
   Mit $y = \frac{1}{2}\alpha t^2$ folgt $t = \sqrt{\frac{2y}{\alpha}} \Rightarrow U_{ind} = -\frac{2\sqrt{2 \cdot \alpha}B}{\sqrt{a}} y$
   Nach der Rechten-Hand-Regel bewegen sich positive Ladungen im verschobenen geraden Leiter durch die Lorentz-Kraft nach links, also bewegen sich positive Ladungen (dies ist die technische Stromrichtung) in der Leiterschleife bei unserer Betrachtungsweise im Gegenuhrzeigersinn.

2. Für $\alpha = 0$ ist das Teilchen in Ruhe, die Geschwindigkeit ist 0, die Beschleunigung ist 0 und der zurückgelegte Weg ebenso. Damit ist der Fall $\alpha = 0$ erledigt.
   Das nachfolgende Diagramm stellt den Ort x in Funktion der Zeit t dar, wobei die Parameter $\alpha = 1$ und $\beta = 1$ gewählt wurden.



   a) $v = \dot{x} = \alpha - 2\alpha\beta t$
      $a = \dot{v} = -2\alpha\beta$
   b) $x = 0 \Rightarrow t_1 = 0; t_2 = \frac{1}{\beta}$
      Der gesamte zurückgelegte Weg s ist doppelt so lang wie der maximale Abstand zum Nullpunkt. Der maximale Abstand liegt bei $\dot{x} = v = 0$, also zur Zeit $t = \frac{1}{2\beta}$ (hätten wir $\alpha = 0$ nicht schon behandelt, so wären für diesen Fall alle Zeiten möglich!).
      $x_{max} = \frac{\alpha}{4\beta}; s = |2x_{max}| = \frac{|\alpha|}{2\beta}$

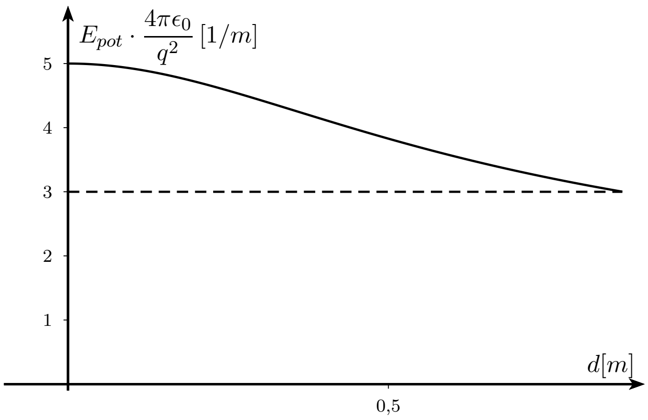
3. a) Eine Ladung wird fixiert. Um die zweite Ladung in den Abstand $r = 1\, m$ zu bringen, ist die Arbeit $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r}$ notwendig. Um die dritte Ladung in diesen Abstand zu bekommen, ist die

zu verrichtende Arbeit nun doppelt so groß, also $\frac{2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r}$. Insgesamt ist die gespeicherte potentielle Energie also gleich $\frac{3}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{1\,m}$

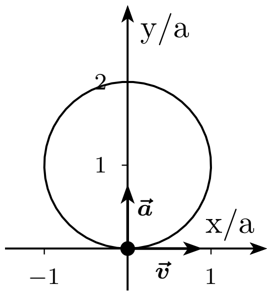
b) Mit dem Abstand d zwischen $\frac{\sqrt{3}}{2}\,m$ und $0\,m$ ist die potentielle Energie gleich

$$E_{pot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{1m} + \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{\sqrt{d^2 + 0,5^2 m^2}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{1m} + \frac{2}{\sqrt{d^2 + 0,25m^2}}\right)$$

Hierbei ist m die Einheit Meter.
Auf der $y-$Achse wird $E_{pot} \cdot \frac{4\pi\epsilon_0}{q^2}$ in der Einheit 1/m aufgetragen, auf der $x-$Achse der Abstand d in der Einheit m.



4. $r = \sqrt{x^2(\tau) + y^2(\tau)} = \sqrt{a^2 \sin^2(\omega\tau) + a^2(1 - \cos(\omega\tau))^2} =$
$= a\sqrt{sin^2(\omega\tau) + 1 - 2\cos(\omega\tau) + \cos^2(\omega\tau)} = \sqrt{2}a\sqrt{(1 - \cos(\omega\tau)} = 2a\left|sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)\right|$



Die Vektoren geben die Richtung der gesuchten Größen wider.

$\vec{v} = \begin{pmatrix} a\omega\cos(\omega t) \\ a\omega\sin(\omega t) \end{pmatrix}$

$\vec{v}(t=0) = \begin{pmatrix} a\omega \\ 0 \end{pmatrix}$

Der Vektor zeigt in Richtung positiver x-Achse.

$\vec{a} = \begin{pmatrix} -a\omega^2\sin(\omega t) \\ a\omega^2\cos(\omega t) \end{pmatrix}$

$\vec{a}(t=0) = \begin{pmatrix} 0 \\ a\omega^2 \end{pmatrix}$

Der Vektor zeigt in Richtung positiver y-Achse.

5. Zu beschreiben ist die **Vorgangsweise** und **nicht die konkrete Rechnung**. Hier wird aber parallel zur Vorgangsweise auch die Rechnung durchgeführt.
Zunächst wird die kinetische Energie als Gesamtenergie minus Ruheenergie berechnet: $E_{kin} = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$
Diese soll gleich der Ruheenergie sein. Daraus kann die Endgeschwindigkeit berechnet werden:

$$m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

Die Zeit findet man über das Kraftgesetz und die Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Beschleunigung:

$m \cdot a = F \Rightarrow a = \dfrac{E \cdot e}{m}$

Da die Anfangsgeschwindigkeit 0 ist, gilt $v = a \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{v}{a}$

$t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{\sqrt{3}/2 \cdot c}{e \cdot E/m} = \dfrac{\sqrt{3}cm_0}{2e \cdot E \cdot \sqrt{1-3/4}} = 2,952\,ns$

Das gleiche Resultat liefert erhalten wir auch folgendermaßen:

Das Newtonsche Kraftgesetz gilt auch relativistisch, allerdings in der folgenden Form: $F = \dfrac{\mathrm{d}\,p}{\mathrm{d}\,t}$

Die Kraft ist konstant: $F = q \cdot E \Rightarrow q \cdot E = \dfrac{\mathrm{d}\,p}{\mathrm{d}\,t} \Rightarrow q \cdot E(t - t_0) = p(t) - p(t_0)$,

wobei $p = m \cdot v = \dfrac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

Als Randbedingung gilt : $p(t_0 = 0) = 0 \Rightarrow q \cdot E \cdot t = p(t) \Rightarrow t = \dfrac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} \cdot q \cdot E}$

Mit $v = \dfrac{\sqrt{3}}{2}c$ und $E = 10\,kV/cm = \dfrac{10\,kV \cdot 100}{100\,cm} = 10^6\,V/m$ ergibt sich

$t = \dfrac{\sqrt{3} \cdot 9,109 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 2,998 \cdot 10^8\,ms^{-1}}{1,602 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 10^6\,Vm^{-1}} = 2,952\,ns$

6. $T = \dfrac{T_2 - T_1}{l}x + T_1 \Rightarrow v = a\sqrt{\dfrac{T_2 - T_1}{l}x + T_1} \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = a\sqrt{\dfrac{T_2 - T_1}{l}x + T_1}$

   Trennung der Variablen:

   $\dfrac{\mathrm{d}\,x}{a\sqrt{\dfrac{T_2 - T_1}{l}x + T_1}} = \mathrm{d}\,t$

   Integration und $x(t = 0) = 0$ ergeben

   $\dfrac{2\sqrt{\frac{T_2-T_1}{l}x + T_1}}{a \cdot \frac{T_2-T_1}{l}} - \dfrac{2\sqrt{T_1}}{a \cdot \frac{T_2-T_1}{l}} = t$

   Setzt man $x = l$, dann ist die Gleichung

   $\dfrac{2\sqrt{T_2} - 2\sqrt{T_1}}{a \cdot \frac{T_2-T_1}{l}} = t$

   Vereinfacht ergibt das:

   $\dfrac{2l}{a(\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1})} = t$

   Bemerkung: Für den Spezialfall $T_2 = T_1$ erhält man $t = \dfrac{l}{v}$.

7. Die Aufgabe kann auf verschiedene Arten gelöst werden:

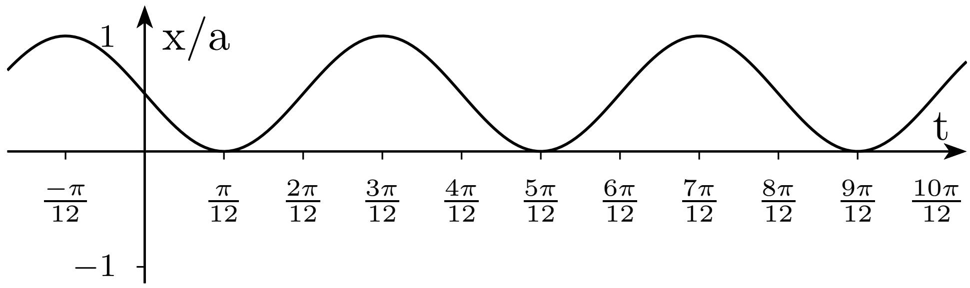
   a) Der Graph ist nicht beschriftet, also stellt er überhaupt keinen Zusammenhang zwischen irgendwelchen Größen dar!

   b) Angenommen, v sei auf der y-Achse und t sei auf der x-Achse aufgetragen.
   Nachdem der Graph eine Linkskurve ist, folgt, dass die zweite Ableitung der Funktion positiv ist. Die Ableitung der Funktion ist somit streng monoton wachsend. Falls die dargestellte Funktion die Geschwindigkeit wäre, dann wäre die Ableitung gleich der Beschleunigung. Diese Beschleunigung müsste also mit fortschreitender Zeit wachsen. Da sich das Teilchen

aber entfernt, gilt nach dem Coulomb-Gesetz, dass die Kraft und damit auch die Beschleunigung abnimmt. Dies ist ein Widerspruch!
Somit kann der Graph nicht die Geschwindigkeit darstellen.

c) Bei einer beliebig kleinen Entfernung der Ladungen müsste die Beschleunigung nach dem Coulomb-Gesetz beliebig groß werden. Das bedeutet, dass die Tangentensteigung bei Annäherung an 0 gegen unendlich gehen müsste. Dies ist hier nicht der Fall.

8.



a) Der Sinus oszilliert zwischen -1 und 1, das Quadrat also zwischen 0 und 1. Daher beträgt die Amplitude $A = \frac{a}{2}$
Zur Berechnung der Periodendauer wird das Quadrat umgeschrieben:
$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha) \Rightarrow \sin^2(\alpha) = \frac{1 - cos(2\alpha)}{2}$
$\sin^2\left(3t - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1 - cos\left(6t - \frac{\pi}{2}\right)}{2} \Rightarrow \omega = 6 \Rightarrow T = \frac{\pi}{3}$

b) Der maximale Abstand liegt bei $\dot{x} = 0$ vor:
$\dot{x} = a \cdot 2\sin\left(3t - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(3t - \frac{\pi}{4}\right) \cdot 3 = 0$
Die Zeiten, zu denen der Sinusterm 0 ergibt, liefern minimale Abstände, da dort auch $x = 0$ ist.
Das erste Maximum erhält man mit dem Cosinusterm, $t = \frac{\pi}{4}$