



T1

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

23. November 2017

- Die Arbeit besteht aus 20 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl; sie sind mit den Buchstaben (A), (B), (C), (D) und (E) gekennzeichnet. Genau eine dieser Antworten ist richtig, die anderen 4 sind falsch.
- Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0 Punkte. Für jede Frage ohne oder unleserlicher Antwort gibt es 1 Punkt.
- Für jede Aufgabe musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das unten stehende Raster eintragen. Löschungen oder Korrekturen sind NICHT erlaubt. Die Benutzung eines Taschenrechners oder eines Kommunikationsmittels ist verboten.
- Für die gesamte Arbeit stehen dir 110 min zur Verfügung. Gute Arbeit und gute Unterhaltung.

Vorname: \_\_\_\_\_ Nachname: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

Geburtsdatum: \_\_\_\_\_ E-Mail (fakultativ): \_\_\_\_\_

1	2	3	4

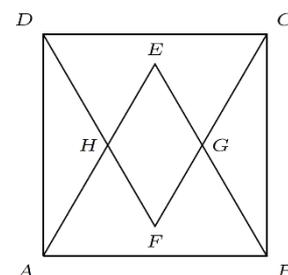
5	6	7	8

9	10	11	12

13	14	15	16

17	18	19	20

- Wie viele Zahlenpaare positiver ganzer Zahlen (m, n) gibt es, für die gilt:  $m^n = 2^{24}$ ?  
 (A) 2      (B) 8      (C) 1      (D) 6      (E) 4
- Vor 6 Jahren, war Anna fünfmal so alt wie ihr Sohn Mario. Heute hingegen ist sie dreimal so alt wie er. In wie vielen Jahren wird Anna doppelt so alt sein wie Mario?  
 (A) 8      (B) 6      (C) 10      (D) 9      (E) 12
- Mit  $n!$  meint man das Produkt der ganzen positiven Zahlen von 1 bis n. Zum Beispiel gilt:  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$ . Betrachten wir die Zahl  $H = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 2016! + 2017!$  (eine Summe mit 2017 Summanden). Welches ist die Zehnerziffer von H?  
 (A) 5      (B) 7      (C) 1      (D) 3      (E) 6
- An einem runden Tisch sitzen 6 Personen. Jeder von diesen kann entweder ein Edelmann sein, welcher immer die Wahrheit sagt, oder ein Gauner, der immer lügt. Jeder der Anwesenden behauptet: „Wenn ich die zwei Personen neben mir und die Person, die mir genau gegenüber sitzt, anschau, dann sind genau zwei von den drei Personen Gauner“. Wie viele Edelmannen sitzen insgesamt am Tisch?  
 (A) keiner      (B) 1      (C) 3      (D) 4  
 (E) es sind nicht genügend Informationen vorhanden, um es festzustellen.
- In der nebenstehenden Figur ist ABCD ein Quadrat mit der Seitenlänge 2 cm. Die Dreiecke ABE und CDF sind gleichseitig. Wie groß ist die Fläche des Vierecks FGEH in  $\text{cm}^2$ ?  
 (A)  $\frac{8\sqrt{3}}{4}$       (B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       (C)  $\frac{8\sqrt{3}}{3} - 4$       (D)  $\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$       (E)  $\frac{1}{2}$
- Eine 33cl-Flasche enthält ein Getränk mit 75% Wasser und 25% Orangensaft. Enrica will einen Teil des Getränkes durch Orangensaft ersetzen, um ein neues Getränk zu erhalten, das 50% Orangensaft enthält. Wie viele cl des ursprünglichen Getränkes muss Enrica durch Orangensaft ersetzen?  
 (A) 8,25      (B) 10      (C) 9,75      (D) 12      (E) 11
- Carlo schreibt in eine Zeile die ganzen Zahlen von 1 bis 128 (eingeschlossen). Dann fängt er an, einige Zahlen nach folgender Methode zu löschen: Er löscht die 1 und lässt die 2 stehen, er löscht die 3 und lässt die 4 stehen usw. Am Ende der Zeile angekommen, durchläuft er die Zeile in umgekehrter Reihenfolge und löscht wieder die erste der noch vorhandenen Zahlen, lässt die zweite wieder stehen usw. Er wiederholt diese Prozedur abwechselnd in beide Richtungen so lange, bis auf der Tafel nur mehr eine einzige Zahl übrig bleibt. Wie heißt diese Zahl?  
 (A) 86      (B) 54      (C) 70      (D) 22      (E) 38
- Wie viele Zahlenpaare positiver ganzer Zahlen (a, b) mit  $a < b$  gibt es, für die gilt:  $\text{ggT}(a,b) = 2$  und  $\text{kgV}(a,b) = 660$ ?  
 (A) 0      (B) 8      (C) 3      (D) 10      (E) 5



9) Sei LMN ein Dreieck und P ein Punkt auf der Seite MN. Wir nehmen an, dass  $\widehat{MLP} = \widehat{LNP}$  und  $\widehat{NLP} = \widehat{LMP}$  ist. Welche der folgenden Behauptungen ist falsch?

- (A)  $LN > LP$       (B)  $MN \cdot LP > LM \cdot LN$       (C)  $LP \leq \frac{MN}{2}$       (D)  $LM < MN$       (E)  $MP \cdot NP = LP^2$

10) Um 12:00:00 liegen die Stunden- und Minutenzeiger einer Uhr genau übereinander. Nach wie vielen Minuten werden sie das erste Mal wieder auf einer Linie liegen und in entgegengesetzte Richtungen zeigen?

- (A) ungefähr 30      (B) ungefähr 98      (C) ungefähr 100      (D) ungefähr 33      (E) ungefähr 34

11) Silvia und Luigi fordern sich bei einem Würfelspiel heraus. Sie werfen öfters einen Würfel. Jedes Mal, wenn die Augenzahl gerade ist, macht Silvia einen Punkt. Ist die Augenzahl ungerade, bekommt Luigi einen Punkt. Es gewinnt, wer zuerst 5 Punkte erreicht. Nach 5 Würfeln führt Silvia mit 4 zu 1 Punkten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Silvia das Spiel gewinnt?

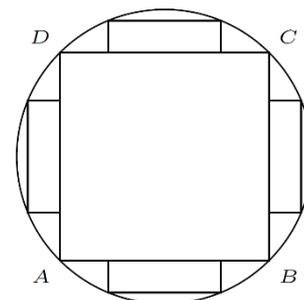
- (A)  $4/5$       (B)  $5/6$       (C)  $7/8$       (D)  $3/4$       (E)  $15/16$

12) Die Fläche eines Dreiecks ABC ist  $60 \text{ m}^2$ . Seien D, E Punkte auf der Seite AC (ohne A, C) für die gilt:  $AD = DE = EC$  und es seien F, G und H Punkte auf der Seite AB (ohne A, B) für die gilt:  $AF = FG = GH = HB$ . Wie groß ist die Fläche des Dreiecks DEG?

- (A)  $20 \text{ m}^2$       (B)  $15 \text{ m}^2$       (C)  $10 \text{ m}^2$       (D)  $12 \text{ m}^2$       (E)  $18 \text{ m}^2$

13) Von jedem Schachspieler wird jeden Monat eine Punktezahl berechnet und veröffentlicht, welche von den eigenen Spielergebnissen abhängt und den momentanen Leistungsstand beschreibt. Gerardo möchte an einem Schachturnier mit 64 Spielern teilnehmen, welches im K.-o.-System ausgetragen wird. Die ersten 32 kommen eine Runde weiter, dann kommen die besten 16 in die nächsten Runde, dann die besten 8 usw. Wer eine Partie gewinnt, kommt weiter, wer verliert, scheidet aus. Bei einem Patt wird die Partie wiederholt. In der vorhergehenden Ausgabe des Schachturniers, gab es keine Überraschungen: Jede Partie wurde immer vom Spieler mit der höheren Punktezahl gewonnen. Es wird zufällig gelost, wer mit wem spielt. Gerardo informiert sich vor Turnierbeginn über die Punktezahl der anderen Spieler (diese haben alle verschiedene Punkte). Er kommt zum Schluss, dass er höchstens ins Halbfinale kommen kann, wenn alles wie in dem letzten Turnier ablaufen sollte. Daraus kann man folgern, dass die Punktezahl von Gerardo ...

- (A) an einer beliebigen Stelle nach dem 32ten Platz ist.  
 (B) zwischen dem 32ten und dem 48ten Platz ist (beide eingeschlossen).  
 (C) an einer beliebigen Stelle vor dem 50ten Platz ist.  
 (D) an einer beliebigen Stelle vor dem 49ten Platz ist.  
 (E) zwischen dem 34ten und dem 49ten Platz ist (beide eingeschlossen).

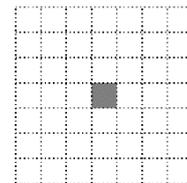


14) Ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 2 cm ist einem Kreis eingeschrieben. In den Kreissegmenten, welche von den Quadratseiten begrenzt werden, sind 4 Rechtecke eingeschrieben. Für welche Seitenlängen werden diese Rechtecke zu Quadraten?

- (A)  $\sqrt{2}/4$       (B)  $1/3$       (C)  $3/8$       (D)  $2/5$       (E)  $1/4$

15) Wie viele Primzahlen gibt es mit folgender Eigenschaft: Streicht man eine beliebige Anzahl von Ziffern auch nicht aufeinanderfolgend (ohne alle zu löschen) und liest dann die restlichen Ziffern in der Reihenfolge in der sie sich befinden, dann ergibt sich wieder eine Primzahl. Zur Erinnerung: 1 ist keine Primzahl.

- (A) 8      (B) 10      (C) 5      (D) 7      (E) 3



16) Betrachten wir ein  $7 \times 7$  Raster und alle möglichen Teilquadrate (von  $1 \times 1$  bis  $7 \times 7$ ), die aus der Verbindung von einem oder mehreren Kästchen entstehen. Wie viele dieser Teilquadrate enthalten das zentrale Kästchen?

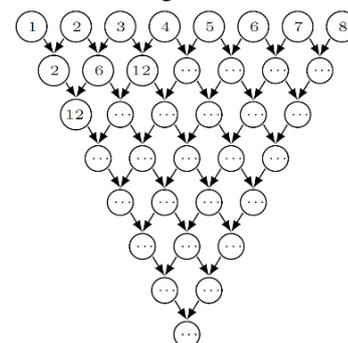
- (A) 50      (B) 30      (C) 44      (D) 42      (E) 28

17) Carolina schreibt alle geraden positiven ganzen Zahlen aufeinanderfolgend in einer Reihe auf: 246810121416 ... Welche Ziffer steht an der 2017ten Stelle?

- (A) 8      (B) 7      (C) 2      (D) 5      (E) 1

18) In einem Polynom 5.ten Grades  $p(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$  ist jeder der Koeffizienten a, b, c, d, e, f gleich 1 oder -1. Wie groß ist der Wert von  $p(3)$ , wenn bekannt ist, dass  $p(2) = 11$  ist?

- (A) 178      (B) 244      (C) 126      (D) 142      (E) 196



19) Nachdem Robert das Dreieckschema gezeichnet hat (siehe Abbildung), schreibt er in die Kreise der obersten Zeile die ganzen Zahlen von 1 bis 8. Danach schreibt er in jeden Kreis das Produkt der Zahlen, welche sich oberhalb befinden und durch einen Pfeil mit diesem Kreis verbunden sind (man erhält also 2, 6, 12, ...). Mit wie vielen Nullen endet die Zahl, die er im untersten Kreis einträgt?

- (A) 35      (B) 36      (C) 34      (D) 32      (E) 33

20) Gegeben ist ein Rechteck ABCD und P ein Punkt auf der Seite CD. Die Gerade AP schneidet die Gerade BC im Punkt T. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Seite BC. Weiters ist bekannt, dass  $\widehat{APM} = 2\widehat{ATC}$ . Wie groß ist die Fläche des Rechtecks ABCD, wenn man weiß, dass die Fläche des Dreiecks CPT gleich  $10 \text{ cm}^2$  ist?

- (A)  $90 \text{ cm}^2$       (B)  $120 \text{ cm}^2$       (C)  $60 \text{ cm}^2$       (D)  $80 \text{ cm}^2$       (E)  $160 \text{ cm}^2$