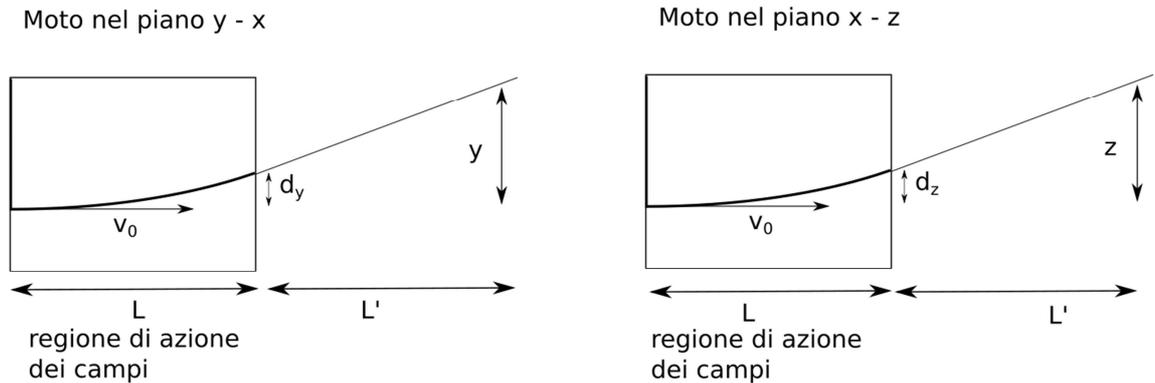


Problema n. 1 - Soluzione



Q1. Il moto nella direzione y sotto l'azione del campo elettrico è un moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione $\frac{q}{m}E$, velocità iniziale nulla. Lo spostamento nella regione R di azione del campo elettrico vale $d_y = \frac{qE}{2m}t^2$. La componente della forza diretta nella direzione z è¹ qv_0B diretta esclusivamente lungo z e lo spostamento in tale direzione vale quindi $d_z = \frac{qBv_0}{2m}t^2$. Il tempo impiegato per uscire dalla regione di azione del campo, di ampiezza L , è $t = \frac{L}{v_0}$ da cui otteniamo $d_z = \frac{qBL^2}{2mv_0}$, $d_y = \frac{qEL^2}{2mv_0^2}$.

Se la lastra fotografica fosse posta all'uscita di questa regione avremmo ottenuto il risultato di Thomson con $A_1 = \frac{EL^2}{2}A_2 = \frac{BL^2}{2}$.

Se la lastra fosse posta invece all'estrema destra della regione rappresentata nella figura data nel testo, regione in cui non agiscono campi elettrici e magnetici, all'uscita dalla zona di azione dei campi avremmo

$$v_x = v_0 \text{ e } v_y = \frac{qEL}{mv_0}, v_z = \frac{qv_0B}{m} \times \frac{L}{v_0} = \frac{qBL}{m}.$$

Indicando con $t_1 = \frac{L'}{v_0}$ il tempo necessario per arrivare sullo schermo, posto a distanza L' dalla zona di azione, abbiamo

$$y = d_y + v_y t_1 = \frac{qEL^2}{2mv_0^2} + \frac{qEL}{mv_0} \times \frac{L'}{v_0}$$

$$\text{da cui } y = \frac{q}{mv_0^2} A_1 \text{ con } A_1 = \frac{EL^2}{2} + ELL'.$$

¹ In realtà la forza di Lorentz ha direzione variabile e centripeta, ma il testo fornisce chiaramente nella prima domanda indicazioni in tal senso. La giustificazione di questa approssimazione non è richiesta allo studente.

Allo stesso modo è

$$z = d_z + v_z t_1 = \frac{qBL^2}{2mv_0} + \frac{qBL}{m} \times \frac{L'}{v_0}$$

da cui segue la tesi $z = \frac{q}{mv_0} A_2$ identificando opportunamente A_2 .

Q2. Le particelle che entrano nella regione di azione dei campi hanno a priori velocità non note e diverse tra loro. Ricavando v_0 dall'equazione per z e sostituendo nell'equazione per y otteniamo

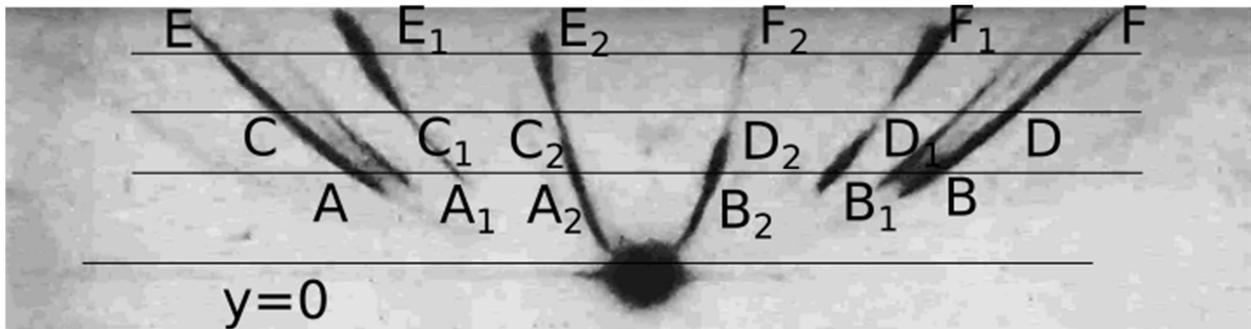
$$v_0 = \frac{qEL^2}{2mz}$$

$$y = \frac{m A_1}{q A_2^2} z^2.$$

Tutte le particelle, a parità di rapporto q/m , indipendentemente dalla loro velocità iniziale, colpiscono quindi la lastra fotografica formando una parabola.

Q3. Il testo afferma che l'idrogeno è l'elemento con q/m maggiore. Infatti tutti gli altri hanno masse maggiori, inclusi gli isotopi deuterio e trizio, e numero di cariche di ionizzazione sicuramente minori del proprio numero di massa (a causa della presenza dei neutroni nel nucleo)².

Prendendo una retta parallela all'asse $z = 0$ di equazione $y = k$ che intersechi le parabole in $z_{1,2}$, troviamo $(z_{1,2})^2 = k \frac{A_2^2}{A_1} \times \frac{q}{m}$. Da ciò si deduce che l'idrogeno, se presente è rappresentato dalla parabola con apertura maggiore. Misurando i valori di $z_{1,2}$ è possibile determinare il rapporto cercato. Per migliorare i dati è possibile misurare i valori di z corrispondenti a diversi valori di k , calcolando la differenza $\delta = z_2 - z_1$ per la



stessa parabola.

Per esempio misurando le distanze tra le coppie di punti riportate nella figura sopra otteniamo i dati riportati nella seguente tabella:

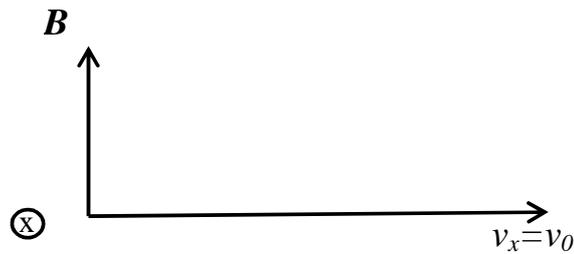
Coppia punti	δ (cm)	Distanza / distanza idrogeno
AB	6.76	1
CD	8.54	1
EF	9.86	1
A ₁ B ₁	4.32	0.41
C ₁ D ₁	5.44	0.41
E ₁ F ₁	6.38	0.42
A ₂ B ₂	1.68	0.063

² Da notare che nell'articolo originale di Thomson si discute la presenza di atomi e molecole cariche negativamente. L'articolo originale è disponibile al link rspa.royalsocietypublishing.org/content/royprsa/89/607/1.full.pdf

C_2D_2	2.02	0.058
E_2F_2	2.38	0.058

I valori richiesti sono quindi $q/m = 0.41$ e $q/m = 0.060$.

Q4. La direzione dei vettore velocità (verso destra in figura), campo elettrico (diretto in verso entrante nella pagina in figura) e campo magnetico (verso l'alto in figura) è rappresentata qui sotto. In questa configurazione le forze dovute al campo elettrico e magnetico sono opposte e dirette lungo z.



Per avere deflessione nulla è sufficiente chiedere che le forze si equilibrino, essendo nulla la velocità iniziale in quella direzione. In queste condizioni il dispositivo funziona da selettore di velocità e avremo $qE = qv_0B$ da cui

$$v_0 = \frac{E}{B}$$

Misurando i campi magnetici ed elettrici possiamo quindi dedurre il valore della velocità v_0 .