



Ministero dell' Istruzione, dell' Università e della Ricerca
H557 – ABSCHLUSSPRÜFUNG AN DEN GYMNASIEN

Fachrichtungen: LI02, EA02 – REALGYMNASIUM

LI03, EA09 - REALGYMNASIUM – SCHWERPUNKT ANGEWANDTE NATURWISSENSCHAFTEN

Arbeit aus: MATHEMATIK

Die abgedeckte Zone ist begrenzt von der Kurve, die durch die Punkte $A(0, 2)$, $B(2, 7/2)$ und $C(4, 4)$ verläuft, von der x -Achse und der y -Achse und von der Geraden mit der Gleichung $x = 6$. Der mit „Z“ gekennzeichnete Bereich stellt eine vom Signal nicht abgedeckte Zone dar.

3. Bestimmen Sie die Polynomfunktion zweiten Grades, deren Graph durch die drei Punkte A , B und C verläuft. Auf der Website des Anbieters steht folgende Aussage: „96% des in der Karte dargestellten Gebietes sind vom Telefonsignal abgedeckt.“ Überprüfen Sie, ob dies effektiv zutrifft.

Der Anbieter verändert seinen Tarif und sieht für alle Gesprächsminuten ab den ersten 500 Minuten einen Aufpreis von 10 Cent pro Minute vor.

4. Bestimmen Sie, wie sich dadurch die Eigenschaften der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ verändern, und zwar in Bezug auf die Asymptoten, die Monotonie sowie die Stetigkeit und Differenzierbarkeit. Bestimmen Sie eventuelle absolute Maxima und Minima der Funktion $g(x)$ und ihrer Ableitungsfunktion und erklären Sie deren Bedeutung im konkreten Kontext.

PROBLEMSTELLUNG 2

Die differenzierbare Funktion $y = f(x)$ hat für $x \in [-3, 3]$ den Graph Γ , der in der Abbildung 2 dargestellt ist. Γ weist waagrechte Tangenten für $x = -1$, $x = 1$ und $x = 2$ auf. Die Flächeninhalte der Bereiche A, B, C und D betragen 2, 3, 3 und 1. Es sei $g(x)$ eine Stammfunktion von $f(x)$ mit $g(3) = -5$.

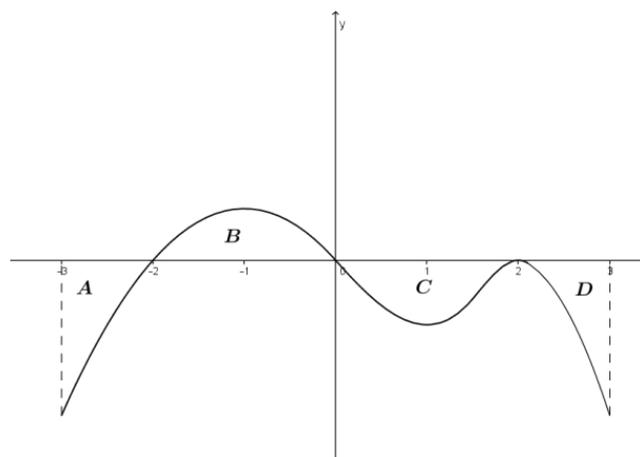


Abbildung 2

- Würde $f(x)$ durch eine Polynomfunktion beschrieben, welcher könnte dann deren minimaler Grad sein? Legen Sie Ihre Argumentation dar.
- Ermitteln Sie den Wert von $x \in [-3, 3]$, für den $g(x)$ ein relatives Maximum annimmt und bestimmen Sie die Werte von x , für welche $g(x)$ nach oben konkav ist.



Ministero dell' Istruzione, dell' Università e della Ricerca
H557 – ABSCHLUSSPRÜFUNG AN DEN GYMNASIEN

Fachrichtungen: LI02, EA02 – REALGYMNASIUM

LI03, EA09 - REALGYMNASIUM – SCHWERPUNKT ANGEWANDTE NATURWISSENSCHAFTEN

Arbeit aus: MATHEMATIK

3. Berechnen Sie $g(0)$ und, falls er existiert, den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+g(x)}{2x}$.
4. Es sei $h(x) = 3 \cdot f(2x + 1)$. Berechnen Sie $\int_{-2}^1 h(x) dx$.

LISTE DER FRAGEN

- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion $y = f(x)$, für die gilt: die Gerade $y = -2x + 5$ ist im zweiten Quadranten Tangente an den Graph von f und $f'(x) = -2x^2 + 6$.
- Beweisen Sie, dass für das Volumen des Kegelstumpfes mit den Radien R und r und der Höhe h folgende Formel gilt: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$.
- Eine Münze wird sechs Mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens zwei Mal Kopf erscheint? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Mal Kopf erscheint?
- Welche der folgenden Differentialgleichungen hat als Lösung die Funktion $y = \frac{\ln(x)}{x}$?

$$y'' + 2 \cdot \frac{y'}{x} = y$$

$$y' + x \cdot y'' = 1$$

$$x \cdot y' = \frac{1}{x} + y$$

$$x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + \frac{2}{x} = y$$

- Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die im Ursprung senkrecht zur Ebene $x + y - z = 0$ ist.
- Es sei f die durch die Gleichung $f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 + (x-5)^2$ für alle reellen Zahlen x definierte Funktion. Bestimmen Sie das Minimum von f .
- Einem Kreis C mit Radius r ist ein regelmäßiges n -Eck eingeschrieben. Weisen Sie nach, dass für den Flächeninhalt des regelmäßigen n -Ecks gilt: $A(n) = \frac{n}{2} r^2 \sin \frac{2\pi}{n}$. Berechnen Sie den Grenzwert für $n \rightarrow \infty$.
- Die Seiten eines Dreiecks haben die Länge 6 cm, 6 cm und 5 cm. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein im Inneren des Dreiecks beliebig ausgewählter Punkt von allen Eckpunkten mehr als 2 cm entfernt ist?



Ministero dell' Istruzione, dell' Università e della Ricerca
H557 – ABSCHLUSSPRÜFUNG AN DEN GYMNASIEN

Fachrichtungen: LI02, EA02 – REALGYMNASIUM

LI03, EA09 - REALGYMNASIUM – SCHWERPUNKT ANGEWANDTE NATURWISSENSCHAFTEN

Arbeit aus: MATHEMATIK

9. Gegeben ist die Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - kx + k & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Bestimmen Sie den Parameter k so, dass im Intervall $[0, 2]$ die Voraussetzungen für den Lehrsatz von Lagrange (Mittelwertsatz der Differentialrechnung) erfüllt sind, und ermitteln Sie den Punkt, der laut Behauptung des Lehrsatzes existiert.

10. Der Graph der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ ($x \in \mathbb{R}, x \geq 0$) teilt das Rechteck ABCD mit den Eckpunkten $A(1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(4, 2)$ und $D(1, 2)$ in zwei Teile. Berechnen Sie das Verhältnis der Flächeninhalte der beiden Teile.

Dauer der Arbeit: 6 Stunden.

Es ist nur die Benützung eines nicht programmierbaren Taschenrechners erlaubt.

Der Gebrauch eines zweisprachigen Wörterbuchs (Deutsch – Sprache des Herkunftslandes) ist für die Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund erlaubt.

Das Schulgebäude darf erst drei Stunden nach Bekanntgabe des Themas verlassen werden.