Lösung

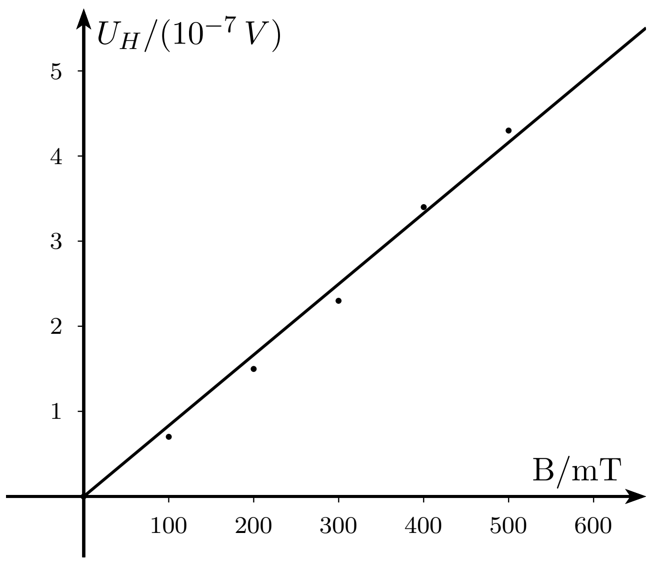
Problemstellung 1:

1. Das homogene Magnetfeld $\vec{B}$ wirkt auf die sich im Leiter bewegenden Ladungen. Bekanntlich lautet die Formel für die Lorentzkraft auf bewegte Ladungen $\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}$ (Vektorprodukt!), wodurch jede bewegte Ladung senkrecht zu $\vec{v}$ (seiner Bewegungsrichtung) und $\vec{B}$ abgelenkt wird. Die Richtung der Ablenkung wird über die Rechte-Hand-Regel ermittelt. Falls sich im Leiter positive Ladungen bewegen, dann beschleunigt sie die Lorentzkraft nach vorne. Es entsteht somit ein Ladungsüberschuss, damit auch ein elektrisches Feld und eine Spannung $U_H = E \cdot h$ (Bemerkung: Die allgemeine Formel für die Spannung bei einem homogenen Feld ist $E = \frac{U}{d}$, wobei d der Abstand im Feld ist).
   Sollte das angegebene Material wirklich Kupfer sein, dann würden sich Elektronen bewegen. Diese würden nach hinten abgelenkt (beachte, dass Elektronen negative Ladung tragen und dies bei der Lorentzkraft berücksichtigt wird!), wenn sie von links nach rechts laufen würden (Stichwort physikalische Stromrichtung). Damit würde hinten ein Minuspol entstehen, vorne ein Pluspol.

2. Die technische Stromrichtung kann mit Hilfe eines Multimeters bestimmt werden.
   Ist diese technische Stromrichtung von links nach rechts, dann fließen positive Ladungen von links nach rechts und die Lorentzkraft lenkt diese Ladungen nach vorne ab, wodurch dort ein Pluspol entsteht. Dies kann mit einem Multimeter bestimmt werden.
   Negative Ladungen fließen von rechts nach links (entgegen der technischen Stromrichtung). Sie werden von der Lorentzkraft aufgrund ihrer negativen Ladung ebenfalls nach vorne abgelenkt, wodurch ein negativer Pol entsteht (mit Multimeter messbar). Damit kann unterschieden werden, welche Ladungsträgersorte den Hauptteil des Ladungstransportes übernimmt.

3. Die Lorentzkraft und die elektrische Kraft sind im Gleichgewicht. Daher gilt: $F_L = F_{el} \Rightarrow qvB = qE \Rightarrow vB = \frac{U_H}{h} \rightarrow U_H = hvB$
   Falls die Driftgeschwindigkeit v konstant ist, dann ist die Hallspannung proportional zu B, da $U_H = hvB$. Es besteht daher ein linearer Zusammenhang.

4.

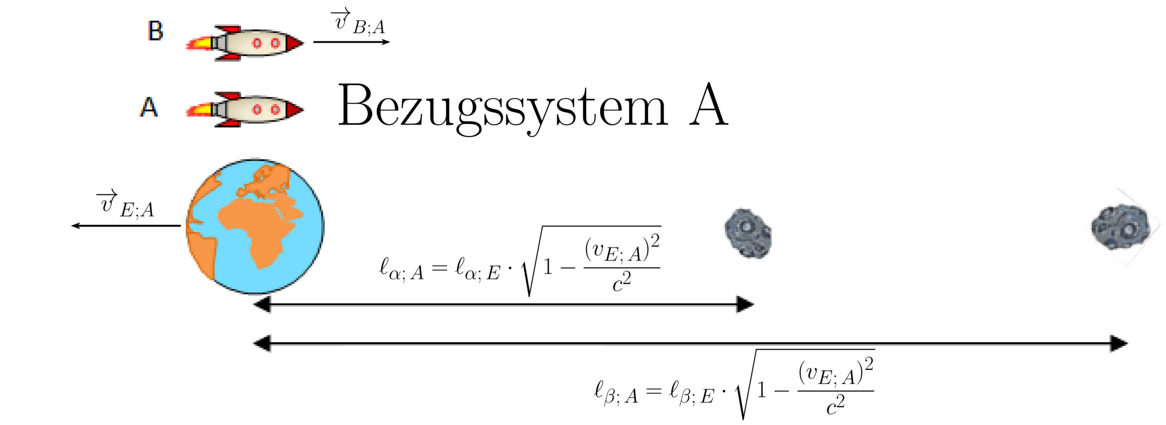


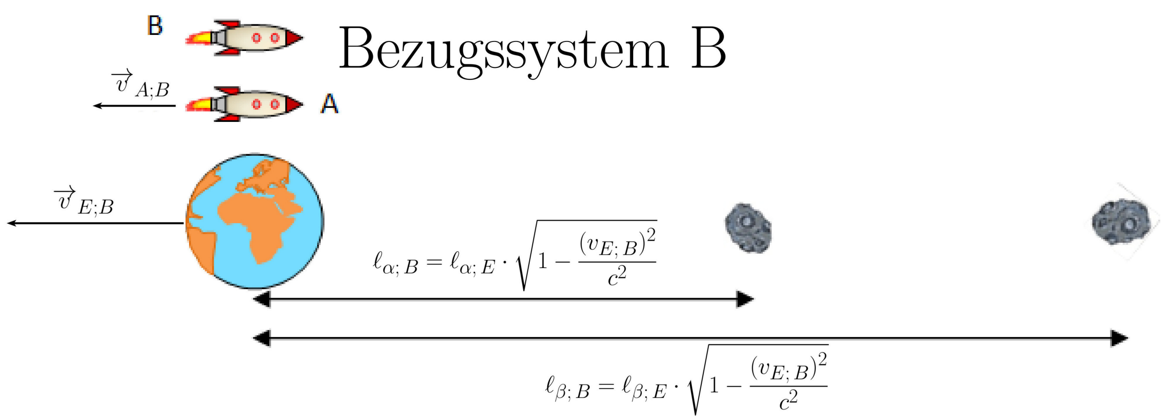
Die Punkte liegen fast auf einer Ursprungsgeraden. Dies bestätigt die Proportionalität.
Der Proportionalitätsfaktor ist $k \approx 8,3 \cdot 10^{-7}\, V/T$
Das Bestimmteheitsmaß liefert in Geogebra einen Wert von $r^2 = 0,9919$, also nahe bei 1. Die Näherung durch eine Proportionalität ist somit gerechtfertigt.
Da die ungenauesten Angaben auf zwei signifikante Stellen gerundet sind und es sich bei k um einen Quotienten aus zwei gemessenen Größen handelt, ist die Genauigkeit auch nicht höher als zwei signifikante Stellen.
Der Proportionalitätsfaktor kann auch über die Mittelung der Quotienten aus Spannung und Magnetfeld erfolgen. Die Ungenauigkeit kann als die Hälfte der Differenz zwischen minimalem und maximalem Wert der Quotienten angegeben werden.

5. Mit $U_H = hvB$ und $U_H = kB$ gilt: $hv = k$, also $v = \frac{k}{h} \approx \frac{9,1 \cdot 10^{-7} V/T}{1,0 \cdot 10^{-3} m} = 9,1 \cdot 10^{-4} ms^{-1}$
Mit der Anzahl der Ladungsträger N, dem durchlaufenen Volumen ΔV, der Querschnittsfläche A und der Zeit Δt lässt sich die Ladungsträgerdichte folgendermaßen bestimmen:
$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{eN}{\Delta t} = \frac{en\Delta V}{\Delta t} = \frac{enAv\Delta t}{\Delta t} = enAv$
$\Rightarrow n = \frac{I}{eAv} = 3,4 \cdot 10^{26} m^{-3}$

Problemstellung 2

1.





Die Längen sind verglichen mit den Längen im Ruhsystem der Erde verkürzt (bei B aufgrund der größeren Geschwindigkeit stärker), die Zeiten beim Erreichen der Ziele sind abhängig vom Bezugssystem. Da bewegte Uhren langsamer gehen, sind die Ankunftszeiten, die auf der Erde gemessen werden, größer als die Zeiten, die die Raumschiffe messen.

2. Die Geschwindigkeit von A, gemessen im Bezugssystem der Erde, lässt sich über die Entfernungen und die Ankunftszeiten berechnen:
   Ankunftszeit von A auf dem Asteroiden α, gemessen von der Erde, ist:
   $t_{\alpha;\,E} = \dfrac{t_{\alpha;\,A}}{\sqrt{1-(v_{A;\,E})^2/c^2}} \Rightarrow v_{A;\,E} = \dfrac{\ell_{\alpha;\,E}}{t_{\alpha;\,E}} \Rightarrow v_{A;\,E} = \dfrac{\ell_{\alpha;\,E}\cdot\sqrt{1-(v_{A;\,E})^2/c^2}}{t_{\alpha;\,A}}$
   Damit kann die Geschwindigkeit von A im Bezugssystem der Erde bestimmt werden.
   $\Rightarrow (v_{A;\,E})^2 = \dfrac{(\ell_{\alpha;\,E})^2\cdot(1-(v_{A;\,E})^2/c^2)}{(t_{\alpha;\,A})^2} \Rightarrow v_{A;\,E} = \dfrac{\ell_{\alpha;\,E}}{\sqrt{c^2\cdot(t_{\alpha;\,A})^2+(\ell_{\alpha;\,E})^2}}c \approx 0,400\,c$

   Die Ankunftszeit von B auf dem Asteroiden β, gemessen von der Erde, ist:
   $t_{\beta;\,E} = \dfrac{t_{\beta;\,B}}{\sqrt{1-(v_{B;\,E})^2/c^2}} \Rightarrow v_{B;\,E} = \dfrac{\ell_{\beta;\,E}}{t_{\beta;\,E}} \Rightarrow v_{B;\,E} = \dfrac{\ell_{\beta;\,E}\cdot\sqrt{1-(v_{B;\,E})^2/c^2}}{t_{\beta;\,B}}$
   $\Rightarrow (v_{B;\,E})^2 = \dfrac{(\ell_{\beta;\,E})^2\cdot(1-(v_{B;\,E})^2/c^2)}{(t_{\beta;\,B})^2} \Rightarrow v_{B;\,E} = \dfrac{\ell_{\beta;\,E}}{\sqrt{c^2\cdot(t_{\beta;\,B})^2+(\ell_{\beta;\,E})^2}}c \approx 0,633\,c$
   Bei der Berechnung der Wurzel ist zu beachten, dass entweder die Zeiten in Sekunden und die Längen in Meter umgerechnet werden, oder die Lichtgeschwindigkeit $c = \dfrac{1Lh}{h}$ gesetzt wird, wenn die Wege in der Einheit Lh eingesetzt werden.
   Die Geschwindigkeit, mit der sich B im Bezugssystem A bewegt, wird nach folgender Formel berechnet:
   $v_{B;\,A} = \dfrac{v_{B;\,E}+v_{E;\,A}}{1+(v_{B;\,E}\cdot v_{E;\,A})/c^2}$
   $v_{E;\,A} = -v_{A;\,E} = -0,400\,c$; $v_{B;\,E} = 0,633\,c \Rightarrow v_{B;\,A} \approx 0,312\,c$

3. A rechnet die Zeitdauer $t_{\beta;\,B}$, die B als Reisedauer bis zum Asteroiden β angibt, in seine Zeit um. Die Reisedauer, die B angibt, ist kleiner als die umgerechnete Zeitdauer, da sich B relativ zu A bewegt (bewegte Uhren gehen langsamer).
   A erhält die Zeit $t_{\beta;\,A} = \dfrac{t_{\beta;\,B}}{\sqrt{1-(v_{B;\,A})^2/c^2}} = \dfrac{9,165\,h}{\sqrt{1-0,312^2}} \approx 9,647\,h$, also länger als die Reisezeit von A ($9,165\,h$). A hält sich daher für den Sieger.

4. B rechnet die Zeitdauer $t_{\alpha;\,A}$, die A als Reisedauer bis zum Asteroiden α angibt, in seine Zeit um. Die Reisedauer, die A angibt, ist kleiner als die umgerechnete Zeitdauer, da sich A relativ zu B bewegt (bewegte Uhren gehen langsamer).
   Mit $v_{A;\,B} = -v_{B;\,A} = -0,312\,c$ erhält B die Reisedauer von A in seiner Zeit zu $t_{\alpha;\,B} = \dfrac{t_{\alpha;\,A}}{\sqrt{1-(v_{A;\,B})^2/c^2}} = \dfrac{9,165\,h}{\sqrt{1-(-0,312)^2}} \approx 9,647\,h$, also länger als die Reisezeit von B ($9,165\,h$). Damit hält auch B sich für den Sieger.
   Analog lassen sich die Zeitdauern im Erdsystem berechnen.
   Der Beobachter auf der Erde kann die Ankunftszeiten aber auch schneller über die Geschwindigkeiten berechnen.
   Im Erdsystem landet A nach $t_{\alpha;\,E} = \dfrac{\ell_{\alpha;\,E}}{v_{A;\,E}} \approx 10,00\,h$,
   B landet im Erdsystem nach $t_{\beta;\,E} = \dfrac{\ell_{\beta;\,E}}{v_{B;\,E}} \approx 11,85\,h$

5. Eine Umkehr der Reihenfolge von Ereignissen, die in verschiedenen Bezugssystemen beobachtet werden, ist möglich, wenn diese Ereignisse zueinander raumartig liegen. Dies gilt, wenn das Quadrat des Raumzeitabstandes $(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 < 0$ gilt.
   Dieses Quadrat des Raumzeitabstandes ist für alle Beobachter gleich (lorentz-invariant). Mit den Daten des Erdbeobachters erhält man:
   $(\Delta s)^2 = \left(\dfrac{1\,Lh}{1\,h}\right)^2\cdot(11,85\,h-10,00\,h)^2-(7,5\,Lh-4,0\,Lh)^2 < 0$

Damit können sich die beiden Ereignisse (Landungen auf α und β) nicht gegenseitig beeinflussen. Ein Lichtsignal von A würde B nicht erreichen, auch ein Lichtsignal von B würde A nicht erreichen. Unter diesen Umständen ist die Reihenfolge der Ereignisse vom Beobachter abhängig.

Fragen

1. Ein Solenoid mit Windungszahl N und Länge ℓ, das von einem Strom $I(t) = 0,50\,A \cdot sin(63\,Hz \cdot t)$ durchflossen wird, erzeugt in seinem Inneren ein magnetisches Feld der Stärke $B = \frac{\mu_0\,N}{\ell} \cdot I(t)$. Außerhalb ist das Magnetfeld 0.
   Das Magnetfeld durchsetzt die Fläche A der Leiterschleife senkrecht. Daher wird dort eine Spannung induziert.
   Laut Induktionsgesetz ist $U_{ind} = -\frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t} = -A\frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{A \cdot \mu_0 \cdot N}{\ell} \cdot \frac{\mathrm{d}\,I}{\mathrm{d}\,t} =$
   $-\frac{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-2}\,m)^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,VsA^{-1}m^{-1} \cdot 400 \cdot 5 \cdot 10^{-1}\,A \cdot 63\,Hz}{1,0 \cdot 10^{-1}\,m} \cdot \cos(63\,Hz \cdot t) =$
   $-1,244\,mV \cdot \cos(63\,Hz \cdot t)$
   $I(t) = \frac{U}{R} = 6,218\,mA$

2. Die Intensität ist gleich der emittierten Leistung dividiert durch die beleuchtete Fläche:
   $I = \frac{P_{emittiert}}{A} = \frac{1,0 \cdot 10^2 W \cdot 0,02}{4\pi \cdot (2,0\,m)^2} = 4,0 \cdot 10^{-2} Wm^{-2}$
   Die Intensität hängt mit der effektiven elektrischen Feldstärke in folgender Weise zusammen:
   $I = c\epsilon_0 E_{eff}^2 \Rightarrow E_{eff} = \sqrt{\frac{I}{c\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4,0 \cdot 10^{-2} Wm^{-2}}{3,00 \cdot 10^8 ms^{-1} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} AsV^{-1}m^{-1}}} = 3,9\,Vm^{-1}$
   Der Effektivwert des magnetischen Feldes ist:
   $B_{eff} = \frac{E_{eff}}{c} = \frac{3,9\,Vm^{-1}}{3,00 \cdot 10^8 ms^{-1}} = 1,3 \cdot 10^{-8} T$

3. Das elektrische Feld verrichtet die Arbeit $W = e \cdot U$. Dies führt zu einer Energieänderung des anfänglich ruhenden Elektrons: $\Delta E = mc^2 - m_0c^2$
   Die Gesamtenergie des Elektrons ist somit nach der Beschleunigung

   $m_0c^2 + e \cdot U = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0c^2}{e \cdot U + m_0c^2}\right)^2 \Rightarrow \frac{v}{c} =$
   $\sqrt{1 - \left(\frac{m_0c^2}{e \cdot U + m_0c^2}\right)^2} \approx 0,548$
   $\Rightarrow v = 0,548\,c$

4. Zunächst wird eine Ladung platziert. Dazu ist keine Arbeit notwendig.
   Um eine zweite gleich große Ladung Q in den Abstand $1\,m$ zu bringen, muss eine Arbeit von $W = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\,r} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\ \cdot 1\,m}$ verrichtet werden. Da die zweite Ladung im Unendlichen keine potentielle Energie hatte, ist nun die potentielle Energie gleich $E_{pot} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\ \cdot 1\,m}$.
   Um eine dritte gleich große Ladung in einen Abstand von jeweils $1\,m$ zu den vorhandenen Ladungen zu bringen, muss eine Arbeit von $W = 2\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\,r} = 2\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\ \cdot 1\,m}$ verrichtet werden.
   Insgesamt steigt die potentielle Energie des Systems auf $E_{pot} = 3\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\ \cdot 1\,m}$.
   Hat hingegen die dritte Ladung entgegengesetztes Vorzeichen, verrichtet sie Arbeit und die potentielle Energie des Systems sinkt auf den Wert $E_{pot} = -\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\ \cdot 1\,m}$
   Die Unterschied in der potentiellen Energie beträgt $\Delta E_{pot} = E_{pot;entgegengesetzt} - E_{pot;gleich} = -4\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\ \cdot 1\,m}$. Das zweite System hat weniger potentielle Energie.

5. Die De Broglie-Wellenlänge ist $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{m \cdot v}$
   Die Arbeit der Spannungsquelle führt zu einer Geschwindigkeitsänderung.
   Nicht-relativistisch gilt: $\frac{1}{2}mv^2 = e \cdot U \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2eU}{m}} \Rightarrow$
   $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2eUm}} = \dfrac{1,2264\, nm}{U} = \sqrt{\dfrac{1,504}{U}}\, nm$

6. Das Licht liefert die kinetische Energie für das Elektron und Austrittsarbeit.
   Es gilt: $hf = E_{kin} + W$
   $hf = h\dfrac{c}{\lambda} = 1,986 \cdot 10^{-18}\, J = 12,4\, eV.$
   Damit ist die Austrittsarbeit $W = 12,4\, eV - 7,7\, eV = 4,7\, eV$

7. Die kinetische Energie wird in Spannenergie umgewandelt:
   $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}D_1 s_1^2 + \frac{1}{2}D_2 s_2^2$
   $v^2 = \frac{1}{3000\, kg} \cdot \left[1500\, N/m \cdot (0,5\, m)^2 + 3500\, N/m \cdot (0,5\, m - 0,2\, m)^2\right]$
   $v = 0,480\, m/s = 1,73\, km/h$

8. Die beiden Signale werden gegenphasig ausgesandt. Daher muss der Gangunterschied für konstruktive Interferenz gleich $\dfrac{\lambda}{2}$ sein.
   Eine Welle legt den Weg $2\, m$ zurück, die andere eine Strecke, die gleich der Diagonale eines Quadrates mit Seitenlänge $2\, m$ ist, also $2\sqrt{2}\, m$
   Der Gangunterschied $\Delta s = 2\sqrt{2}\, m - 2\, m \approx 0,828\, m = \dfrac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1,657\, m$
   Möglich sind folgende Wellenlängen: $\lambda_n = \dfrac{1,657\, m}{2n-1}; n \in \mathbb{N}^*$