Lösung Maturasimulation April 2019

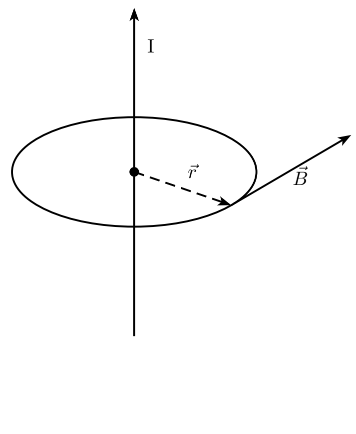
Problemstellung 1

1. Die Magnetfeldlinien eines unendlich langen, geraden Leiters liegen aus Symmetriegründen in Ebenen, die senkrecht zum Leiter sind. Sie stellen konzentrische Kreise dar, deren Mittelpunkt der Leiter ist. Der Magnetfeldvektor in einem Raumpunkt liegt somit auf der Ebene, die den Punkt enthält und senkrecht zum Leiter ist. Außerdem ist er tangential zur kreisförmigen Magnetfeldlinie. Die Richtung des Vektors ermittelt man mit der "Rechten-Faust-Regel": Der Leiter wird so mit der rechten Hand umfasst, dass der Daumen in die technische Stromrichtung zeigt. Die Finger zeigen dann in Richtung des Magnetfeldes!

   Nach dem Gesetz von "Biot-Savart" ist die Stärke B des Magnetfeldes um einen geraden, unendlich langen Leiter, der von einem Strom I durchflossen wird, im Abstand r vom Leiter gleich

   $$B = \frac{\mu_0 \, I}{2\pi \, r}$$

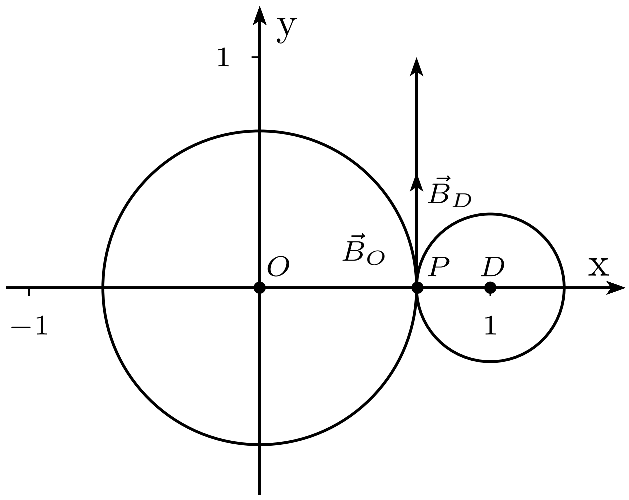
   wobei $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot \dfrac{m}{A}$ die magnetische Feldkonstante ist.

   Im Punkt $P(x;0)$ mit $0 < x < 1$ sind die Magnetfeldstärken

   $$B_O = \frac{\mu_0 \, I}{2\pi \, x} \qquad \text{und } B_D = \frac{\mu_0 \, I}{2\pi \, (1-x)}$$

   Beide Vektoren sind senkrecht nach oben gerichtet.



Die resultierende magnetische Feldstärke zeigt parallel zur $y - Achse$ nach oben, sie hat die Stärke

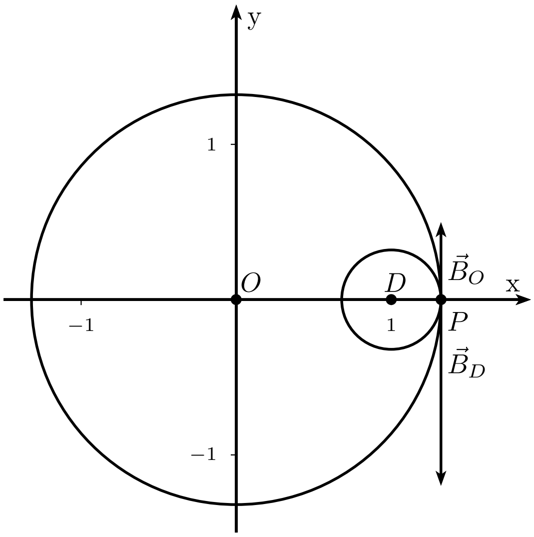
$$B(x) = B_O + B_D = \frac{\mu_0\, I}{2\pi\, x} + \frac{\mu_0\, I}{2\pi\,(1-x)} = \frac{\mu_0\, I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right); 0 < x < 1; K = \frac{\mu_0\, I}{2\pi}$$

Die linke Seite hat die Einheit Tesla (T), x hat die Einheit Meter (m), also hat K die Einheit Tesla mal Meter ($T \cdot m$). Komplizierter ist die Herleitung über die Einheit von μ_0, nämlich $\dfrac{N}{A^2}$.
Da beide Feldstärkevektoren für $0 < x < 1$ parallel zur $y-$Achse nach oben zeigen, zeigt auch der resultierende Feldstärkevektor in diese Richtung.
Extremwert: $B = K \cdot \left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{(1-x)}\right) = K \cdot \dfrac{1}{x(1-x)}$
$B' = -K\dfrac{1-2x}{[x(1-x)]^2} = K\dfrac{2x-1}{[x(1-x)]^2} = 0 \Rightarrow x = 0{,}5$
Für $0 < x < 0{,}5$ ist die erste Ableitung negativ, für $0{,}5 < x < 1$ positiv. Also liegt ein Minimum vor.
Das Minimum liegt also bei $x = 0{,}5$.
Bemerkung: Alternativ kann man den Kehrwert untersuchen.

2. Die Kraft eines Magnetfeldes auf eine bewegte Ladung wird durch die Lorentzkraft ausgedrückt;:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Die Richtung der Bewegung und somit die Richtung der Geschwindigkeit ist laut Angaben gleich der Richtung der Geraden $x = \frac{1}{2}$, also parallel zur $y-$Achse. Der resultierende magnetische Feldstärkevektor ist ebenso parallel zur $y-$Achse. Da das Kreuzprodukt von zwei Vektoren, die einen Winkel von 0° oder 180° einschließen, gleich null ist, ist die resultierende Kraft gleich null ($F = qvB\sin(\sphericalangle(\vec{v}; \vec{B}))$). Die Ladung bewegt sich durch den Punkt $(0{,}5; 0)$ unbeschleunigt, also geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit v.
Stärke des Magnetfeldes außerhalb des Segmentes OD:
Für einen Feldstärkevektor, der senkrecht nach unten zeigt, geben wir in den zu untersuchenden Fällen die Feldstärke negativ an (dies ist nicht zwingend!). Fall $x > 1$:



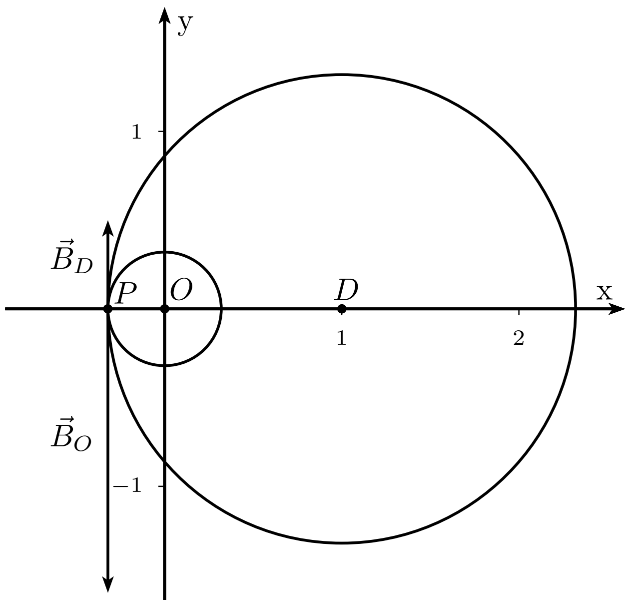
Das Magnetfeld des Drahtes in O zeigt im Punkt $P(x;0)$ senkrecht nach oben, das andere senkrecht nach unten. Da D näher am Punkt P ist, ist das Magnetfeld vom Draht D stärker, der resultierende Magnetfeldvektor zeigt senkrecht nach unten.

Das Vorzeichen der Magnetfeldstärke für $x > 1$ ist für $B_D = \dfrac{K}{1-x} < 0$ negativ, für $B_O = \dfrac{K}{x}$ positiv.

Die resultierende Magnetfeldstärke für $x > 1$ ist

$$B = B_D + B_O = K\left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{x}\right) = \frac{K}{x(1-x)}$$

Fall $x < 0$:



Das Magnetfeld des Drahtes in O zeigt im Punkt $P(x;0)$ senkrecht nach unten, das andere senkrecht nach oben. Da O näher am Punkt P ist, ist das Magnetfeld vom Draht O stärker, der resultierende Magnetfeldvektor zeigt wieder senkrecht nach unten.

Das Vorzeichen der Magnetfeldstärke für $x < 1$ ist für $B_D = \dfrac{K}{1-x} > 0$ positiv, für $B_O = \dfrac{K}{x}$ negativ.
Die resultierende Magnetfeldstärke für $x < 0$ ist

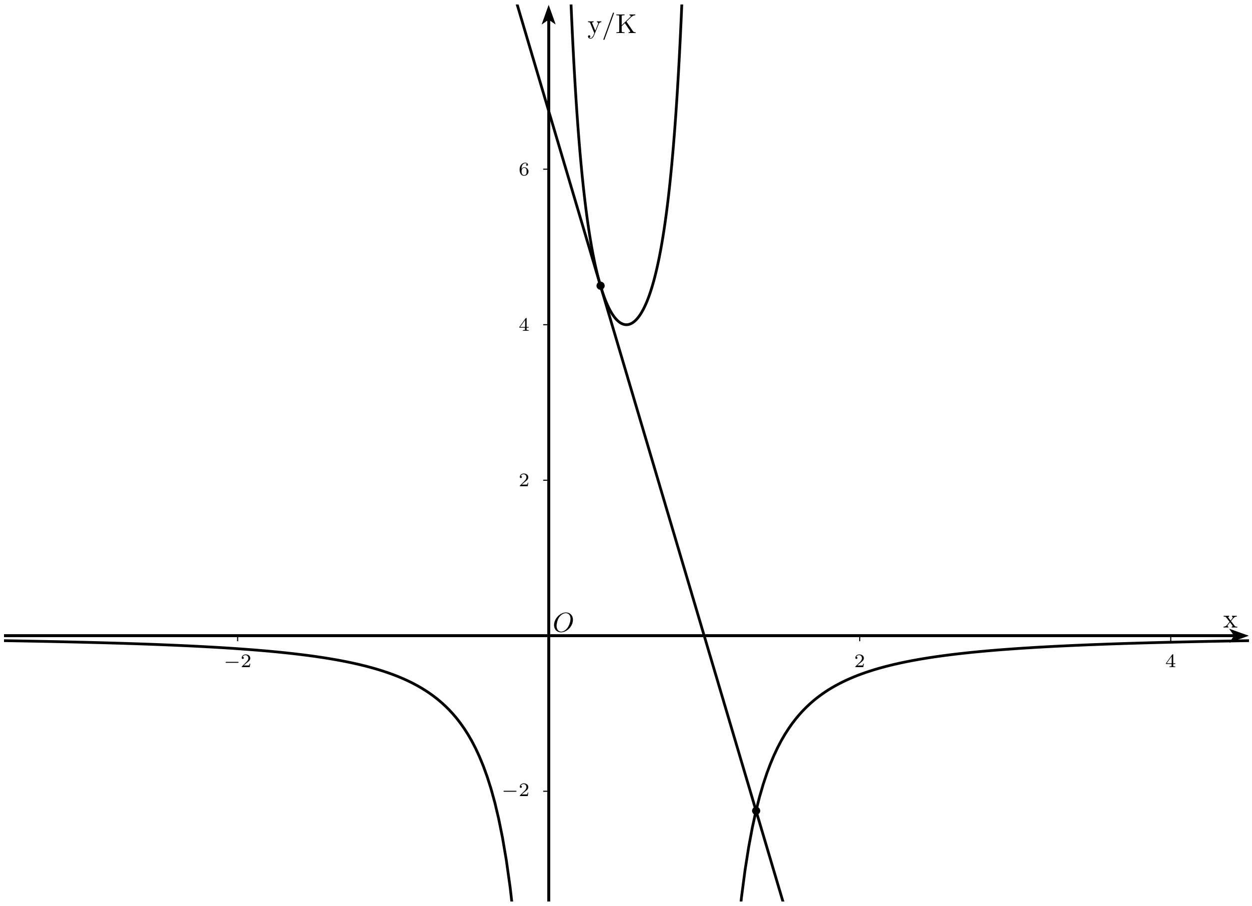
$$B = B_O + B_D = K\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right) = \frac{K}{x(1-x)}$$

Es gibt keine Punkte auf der $x-$Achse, bei denen das Magnetfeld null ist, da die Funktion $B = \dfrac{K}{x(1-x)}$ keine Nullstellen besitzt.

3.

$$f(x) = K\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right) = \frac{K}{x(1-x)}$$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$
Die Funktion ist im Definitionsbereich stetig und ableitbar.
Es gibt keine Nullstellen.
Ungerade Polstellen mit Vorzeichenwechsel liegen bei $x = 0$ und $x = 1$ vor, da dort der Nenner jeweils eine einfache Nullstelle hat. Daher liegen dort senkrechte Asymptoten vor.
Da der Zählergrad null ist und der Nennergrad zwei, gilt für den Grenzwert: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$.
Die waagrechte Asymptote ist $y = 0$.
Erste Ableitung: $f'(x) = K \cdot \dfrac{2x-1}{x^2(1-x)^2}$
Zweite Ableitung: $f''(x) = K \cdot \dfrac{2x^2(1-x)^2 - (2x-1)(2x(1-x)^2 - x^2 \cdot 2(1-x))}{x^4(1-x)^4} =$
$= K \cdot \dfrac{2x(1-x) - (2x-1)(2(1-x) - 2x)}{x^3(1-x)^3} = 2K \cdot \dfrac{3x^2 - 3x + 1}{x^3(1-x)^3}$
Der Ausdruck $3x^2 - 3x + 1$ ist immer positiv ($g(x) = 3x^2 - 3x + 1$ stellt graphisch eine quadratische Parabel dar, die keine Nullstellen hat (Diskriminante $\Delta = -3$) und nach oben geöffnet ist ($a = 3$)).
Daher existieren keine Wendepunkte.
Für $x < 0$ und $x > 1$ ist die zweite Ableitung negativ, daher ist der Graph dort eine Rechtskurve. für $0 < x < 1$ ist die zweite Ableitung positiv, der Graph ist dort eine Linkskurve.
Extrema:
$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0{,}5 . f''(0{,}5) = 32K > 0 \Rightarrow$relatives Minimum; $f(0{,}5) = 4K$
Symmetrie: Es gilt: $f(1-x) = f(x) \Rightarrow x = 0{,}5$ ist eine Symmetrieachse.



Für die Gleichung der Tangente im Punkt $\left(\frac{1}{3}; f\left(\frac{1}{3}\right)\right)$ berechnet man:
$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{2}K$ und $f'\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{27}{4}K$
Somit gilt für die Tangente $t: \ y = -\frac{27}{4}K(x-1)$
Durch Gleichsetzen mit der Funktionsgleichung erhält man die Gleichung $27x^3 - 54x^2 + 27x - 4 = 0$. Da $x = \frac{1}{3}$ doppelte Lösung sein muss (Tangente), kann man durch Polynomdivision $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ herausheben: $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 (27x - 36) = 0$. Daher ist der gesuchte $x-$Wert $x = \frac{4}{3}; y = -\frac{9}{4}K$
Der gesuchte weitere Schnittpunkt ist $\left(\frac{4}{3}; -\frac{9}{4}K\right)$.

4. $\int\limits_{1/4}^{3/4} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_{1/4}^{3/4} K\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right)\mathrm{d}x = K\int\limits_{1/4}^{3/4}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right)\mathrm{d}x = K\left[\ln|x| - \ln|x-1|\right]_{1/4}^{3/4} =$
$K\left[\ln(3/4) - \ln(1/4) - \ln(1/4) + \ln(3/4)\right] = K\ln(9)$
Geometrisch handelt es sich um den Betrag der Fläche, die sich ins Unendliche erstreckt und die von der $x-$Achse, vom Funktionsgraphen und von den Geraden $x = 1/4$ und $x = 3/4$ eingeschlossen wird.
Für $x > 2$ ist $f(x) < 0 \Rightarrow |f(x)| = -f(x)$
$g(t) = \int\limits_{2}^{t} |f(x)|\mathrm{d}x = \int\limits_{2}^{t} -f(x)\mathrm{d}x = -K\left[\ln(x) - \ln(x-1)\right]_2^t = -K\ln\frac{t}{2(t-1)}$
$\lim\limits_{t\to+\infty} g(t) = \lim\limits_{t\to+\infty} -K\ln\frac{t}{2(t-1)} = -K\ln(1/2) = K\ln(2)$
Dies ist die Fläche, die von der $x-$Achse, vom Funktionsgraphen und von der Geraden $x = 2$ eingeschlossen wird.

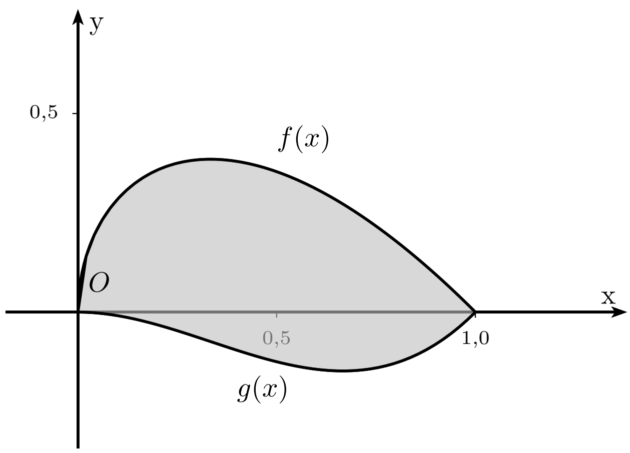
Problemstellung 2

1. $f'(x) = \dfrac{k}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \dfrac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$
   $f'(x) = 0$ führt zur einzigen Lösung $x = \frac{k}{3}$; da $f''\left(\frac{k}{3}\right) < 0$ ist, hat f im geforderten Intervall ein Maximum $F = \left(\frac{k}{3}, \frac{2\sqrt{3k^3}}{9}\right)$.
   $g'(x) = 3x^2 - 2kx$
   $g'(x) = 0$ hat die beiden Lösung $x_1 = 0$ und $x_2 = \frac{2}{3}k$. $g''(0) = -2k < 0$, also hat g bei x_1 einen Hochpunkt. Der gesuchte Tiefpunkt liegt also bei $G = \left(\frac{2}{3}k, -\frac{4k^3}{27}\right)$, da $g''(x_2) = 2k > 0$.
   Zu zeigen: $x_G = 2x_F$; $x_F = \frac{k}{3} \Rightarrow 2x_F = \frac{2k}{3} = x_G$ qed
   Zu zeigen: $y_G = -(y_F)^2$
   $y_F = \frac{2\sqrt{3k^3}}{9} \Rightarrow -(y_F)^2 = -\frac{4(3k^3)}{81} = -\frac{4k^3}{27} = y_G$ qed

2. Beide Graphen gehen durch den Ursprung: $f(0) = 0; g(0) = 0$
   Der Graph der Funktion $f(x)$ hat an der Stelle $x = 0$ eine senkrechte Tangente, da $\lim\limits_{x\to 0^+} f'(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{k-3x}{2\sqrt{x}} = \infty$, da $k > 0$
   $g'(x) = 3x^2 - 2kx$; an der Stelle $x = 0$ gilt: $g'(0) = 0$. Also hat dieser Graph eine waagrechte Tangente.
   Die beiden Tangenten sind im Schnittpunkt O senkrecht zueinander.
   Gesucht ist jenes k, für das sich die Graphen ein zweites Mal senkrecht schneiden:
   Aus $f(x) = g(x)$ ergibt sich die Gleichung $\sqrt{x}(k-x) = x^2(x-k)$ bzw. $(k-x)(\sqrt{x}+x^2) = 0$ mit den beiden Lösungen $x_1 = 0$ und $x_2 = k$. Die Koordinaten des 2. Schnittpunktes lauten also $S_2 = (k; 0)$.

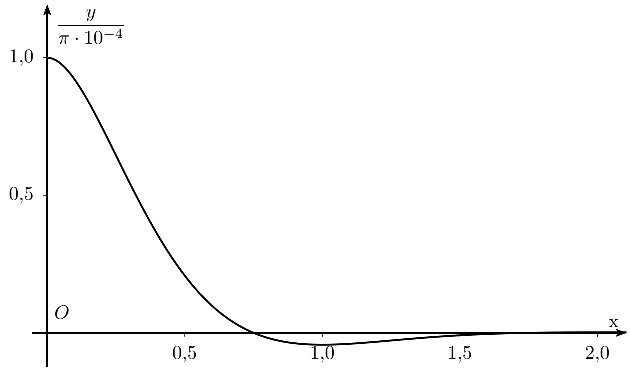
   An der Stelle $x = k$ soll also gelten: $f'(k) = -\frac{1}{g'(k)}$ (Orthogonalitätsbedingung), daraus ergibt sich die gesuchte positive Lösung $k = 1$.

3. Falls das Magnetfeld senkrecht zur Fläche steht, dann ist $\Phi = B \cdot A$. Daher müssen wir die Fläche berechnen.



   $A = \int\limits_0^1 (f(x) - g(x))\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 (\sqrt{x}(1-x) - x^2(x-1)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 (x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} - x^3 + x^2)\mathrm{d}x = \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4\right]_0^1 = 0{,}35$, die Flächeneinheit ist m^2.
   $\Phi = B \cdot A = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\,T \cdot 0{,}35\,m^2 = 7{,}0 \cdot 10^{-3}\,Tm^2 = 7{,}0 \cdot 10^{-3}\,Wb$

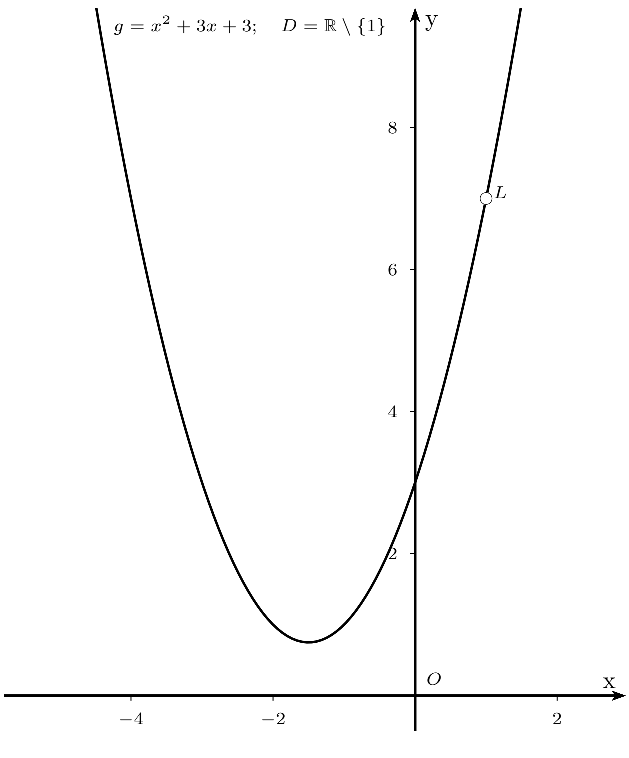
4. Das Induktionsgesetz lautet
   $U_{ind} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -B_0 \cdot A \cdot (-\omega e^{-\omega t}\cos(\omega t) - \omega e^{-\omega t}\sin(\omega t)) = B_0 \cdot A \cdot \omega e^{-\omega t}(\cos(\omega t) + \sin(\omega t))$
   Mit $R = 70\,\Omega$ und $\omega = \pi\, rad/s$ ergibt sich eine Stromstärke von
   $I = \dfrac{U_{ind}}{R} = \pi \cdot 10^{-4} e^{-\pi t}(\cos(\pi t) + \sin(\pi t))$



Erste Nullstelle: $\cos(\pi\, t) + \sin(\pi\, t) = 0 \to \tan(\pi\, t) = -1 \Rightarrow t = \frac{3}{4} s$. Zu dieser Zeit wechselt der Strom das erste Mal sein Vorzeichen.
Maximalwert: $\dot{I} = \pi \cdot 10^{-4} \cdot (-\pi \cdot e^{-\pi\, t}(\cos(\pi\, t) + \sin(\pi\, t)) + e^{-\pi\, t}(-\pi \sin(\pi\, t) + \pi \;\; cos(\pi\, t))) = -2\pi^2 \cdot 10^{-4} e^{-\pi\, t} \sin(\pi\, t) = 0 \Rightarrow t = n$, wobei n eine Zahl größer gleich 0 ist. Bei $t = 0$ liegt das absolute Maximum vor: $I(t = 0) = \pi \cdot 10^{-4}$
Die Maximalwerte von I sind allgemein $I(t = 2n) = \pi \cdot 10^{-4} \cdot e^{\pi\, 2n}$, die Minimalwerte
$I(t = (2n + 1)) = -\pi \cdot 10^{-4} \cdot e^{-\pi\, (2n+1)}$
Der Zusammenhang zwischen der Änderung des Feldes und dem induzierten Strom können wir über die Lenz'sche Regel erklären: Induzierte Größen sind stets so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegenwirken. Nimmt also das Magnetfeld zu, dann muss der induzierte Strom so gerichtet sein, dass sein erzeugtes Magnetfeld der Ursache entgegenwirkt, also dem ursprüngliche Magnetfeld entgegenwirkt. Nimmt das Magnetfeld ab, dann ist der induzierte Strom so gerichtet, dass er ein Magnetfeld erzeugt, das in die gleiche Richtung zeigt wie das angelegte Magnetfeld.

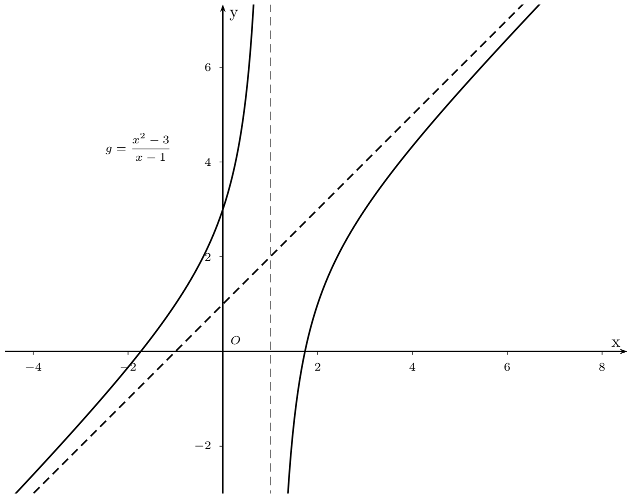
Frage 1

1. Damit der Graph keine senkrechte Asymptote hat, muss $x = 1$ auch eine Nullstelle des Zählers sein, so ergibt sich dort eine Lücke (anstatt einer Polstelle). Also: $k - 1 + k - 3 = 0$ und somit $k = 2$.



2. Für $k=1$ unterscheidet sich der Grad des Zählers und des Nenners um 1, mit Hilfe der Polynomdivision erhält man die Gleichung der schrägen Asymptoten:

$$\frac{x^2-3}{x-1} = x+1-\frac{2}{x-1} \Rightarrow \text{Asymptote } y = x+1$$



Frage 2

Laut Angabe ist $f(-x) = f(x)$. Also gilt mit Hilfe der Kettenregel:

$$f'(x) = (f(x))' = (f(-x))' = f'(-x)\cdot(-1) = -f'(-x)$$

also ist f' eine ungerade Funktion.

Für die Funktion g gilt laut Angabe: $g(-x) = -g(x)$ oder auch $g(x) = -g(-x)$. Also wieder mit der Kettenregel:

$$g'(x) = (g(x))' = (-g(-x))' = -1\cdot g'(-x)\cdot(-1) = g'(-x)$$

Damit ist gezeigt, dass g' eine gerade Funktion ist.

Beispiele: $f(x) = x^4$ und $g(x) = x^3$. Dann ist $f'(x) = 4x^3$ und es ist $f'(-x) = 4(-x)^3 = -4x^3 = -f'(x)$ eine ungerade Funktion und $g'(x) = 3x^2$. Dann ist $g'(-x) = 3(-x)^2 = 3x^2 = g'(x)$ und damit ist g' eine gerade Funktion.

Frage 3

Für die Steigung benötigt man (G ist Stammfunktion von g):

$$f'(x) = \left(\int_1^x \underbrace{\frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)}{t}}_{g(t)}\,dt\right)' = (G(x)-G(1))' = G'(x) = g(x) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)}{x}$$

Also gilt für die Steigung der Tangente: $f'(1) = \frac{1}{2}$.

Weiters ist $y = f(1) = \int_1^1 \ldots dt = 0$, also erhält man für den y-Achsenabschnitt der Tangente: $d = y - kx = 0 - \frac{1}{2}\cdot 1 = -\frac{1}{2}$ und damit die gesuchte Tangentengleichung:

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

Frage 4

Gleichung von r : $\quad \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Gesucht ist also ein Punkt R von r, so dass gilt:

$$\begin{aligned} \overline{RC}^2 &= \overline{RD}^2 \\ (-2+2\lambda-5)^2+(2\lambda-1)^2+(1+2)^2 &= (-2+2\lambda-1)^2+(2\lambda-3)^2+(1-4)^2 \\ 4 &= \lambda \end{aligned}$$

Damit ergeben sich für den gesuchten Punkt die Koordinaten $P = (6{,}8{,}1)$.

Frage 5

1. Emma muss genau einmal eine 3 und genau 3 mal keine 3 würfeln und dabei ist die Reihenfolge, wann sie die 3 würfelt egal; dafür gibt es also 4 Möglichkeiten und damit:

$$P(X=0) = 4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{324} \approx 38{,}58\%$$

2. Insgesamt muss bei 6 Würfen die 3 mindestens 2 mal geworfen werden. Um nicht gleich unter 0 zu kommen, muss beim ersten Wurf die erste 3 gewürfelt werden, anschließend kann eine zweite 3 als zweiter, dritter, vierter oder fünfter Wurf kommen. Also ist

$$P = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6} \approx 8{,}629\%$$

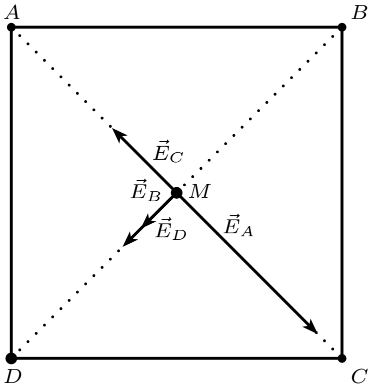
Andere Möglichkeit: der erste Wurf muss 3 sein, und dann darf nicht viermal hintereinander keine 3 kommen. Also:

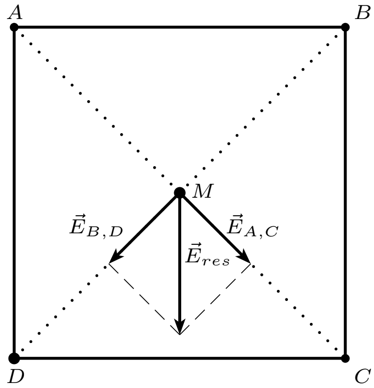
$$P = \frac{1}{6}\cdot\left(1-\left(\frac{5}{6}\right)^4\right) \approx 8{,}629\%$$

Frage 6

Der elektrische Feldstärkevektor zeigt von positiven Ladungen zu negativen Ladungen.
Der Abstand des Mittelpunktes M zu den Ladungen ist immer $r = \sqrt{2}\,\mathrm{m}$. Mit der Coulomb-Konstante $k_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9\cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ gilt für die Beträge der Feldstärken:
$E = k_C \cdot \frac{|Q|}{r^2}$
$\vec{E}_A$ und $\vec{E}_C$ liegen auf der gleichen Diagonalen, zeigen aber in entgegengesetzte Richtung. $Q_A > Q_C \Rightarrow E_A > E_C$ (da r gleich ist). Daher ist $E_{A,C} = \frac{k_C}{r^2}(Q_A - Q_C)$. Der Vektor zeigt von M nach C.
$\vec{E}_B$ und $\vec{E}_D$ liegen auf der gleichen Diagonalen und zeigen in die gleiche Richtung (von M nach B). $E_{B,D} = \frac{k_C}{r^2}(Q_B - Q_D)$
Weiters gilt: $Q_A - Q_C = 5\,nC; \quad Q_B - Q_D = 5\,nC.$
Daher sind die beiden Feldstärken $E_{A,C}$ und $E_{B,D}$ gleich. Die beiden Vektoren schließen einen Winkel von 90° ein (Schnittwinkel von zwei Diagonalen im Quadrat). Daher ist die resultierende elektrische Feldstärke

gleich $E_{res} = \sqrt{2}E_{A,D} \approx 31{,}8\frac{N}{C}$
Die Richtung des resultierenden Feldstärkevektors ist aufgrund der Symmetrie (siehe Skizze) zur Seite CD hin, parallel zur Seite AD.





Frage 7

Der Radius wird abgelesen, er ist gleich der Diagonale eines Quadrates, also $r = \sqrt{2}\,m$ Die Geschwindigkeit des Protons ergibt sich aus der Beschleunigungsarbeit $W = e \cdot U$ und der kinetischen Energie:
$\frac{1}{2}mv^2 = e \cdot U \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2e \cdot U}{m}}$
$r = \frac{mv}{eB} \Rightarrow B = \frac{mv}{re} = \frac{m}{re} \cdot \sqrt{\frac{2e \cdot U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m}{r^2 e}} = 2{,}04 \cdot 10^{-3}\,T$

Frage 8

Die Energie des einfallenden Lichtes ist $h \cdot f = 5{,}2 \cdot 10^{-19} J = 3{,}2\,eV$
Diese Energie reicht nur aus, um bei Cäsium die Austrittsarbeit zu überwinden.
Die maximale Geschwindigkeit ergibt sich aus der Energiebilanz:
$h \cdot f = W + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(h \cdot f - W)}{m}} = 7{,}01 \cdot 10^5\,ms^{-1}$