



*Ministero dell'Istruzione  
dell'Università e della Ricerca*



Istituto nazionale per la valutazione  
del sistema educativo di istruzione e di formazione

## **Rilevazione degli apprendimenti Lernstandserhebung**

Anno Scolastico 2012 – 2013

Schuljahr 2012/2013

# **PROVA DI MATEMATICA ARBEIT AUS MATHEMATIK**

**Scuola secondaria di II grado  
Classe Seconda**

**2. Klasse - Oberschule**

Name: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_

Schülerkodex: \_\_\_\_\_



# HINWEISE

Dieses Testheft umfasst 32 Aufgaben aus Mathematik. Bei den meisten Aufgaben sind vier mögliche Antworten zur Auswahl angegeben, aber nur eine davon ist richtig. Vor jeder Antwort stehen ein Kästchen und ein Buchstabe des Alphabets A, B, C, D.

Um zu antworten, musst du ein Kreuz neben jene (eine einzige) Antwort setzen, die du für richtig hältst, wie im folgenden Beispiel.

## Beispiel 1

**Wie viele Tage hat eine Woche?**

- A.  sieben
- B.  sechs
- C.  fünf
- D.  vier

Wenn du merkst, dass du einen Fehler gemacht hast, kannst du ihn verbessern, indem du **NEIN** neben die falsch angekreuzte Antwort schreibst und jene ankreuzt, die dir richtig erscheint, so wie im folgenden Beispiel.

## Beispiel 2

**Wie viele Minuten hat eine Stunde?**

- NEIN A.  30 Minuten
- B.  50 Minuten
- C.  60 Minuten
- D.  100 Minuten

Es muss auf jeden Fall deutlich erkennbar sein, welche Antwort du geben willst.

Bei einigen Aufgaben musst du die Antwort und/oder den Lösungsweg selbst hinschreiben oder es ist eine andere Art von Bearbeitung vorgesehen. In diesem Fall steht im Text die Anleitung. Lies den Text immer sehr genau.

Um die Aufgaben zu bearbeiten, darfst du Lineal und Geodreieck, den Zirkel, den Winkelmesser sowie einen Taschenrechner benutzen (nicht aber jenen eines Mobiltelefons und auch nicht jene, die mit dem Internet verbunden sind).

Schreibe nicht mit Bleistift, sondern nur mit blauer oder schwarzer Tinte (Kugelschreiber oder Feder).

Du kannst die weißen Seiten am Ende des Heftes oder den freien Platz neben den Aufgaben für deine schriftlichen Rechnungen und/oder Zeichnungen benutzen.

Du hast eine Stunde und dreißig Minuten (**90 Minuten**) Zeit, um die Fragen zu beantworten. Die Lehrkraft wird dir sagen, wann du mit der Arbeit beginnen kannst. Sobald dir die Lehrkraft mitteilt, dass die Arbeitszeit abgelaufen ist, schließe das Heft und gib es ab.

Wenn du vorher fertig bist, dann kontrolliere deine Antworten nochmals und warte, bis die Lehrperson die Testhefte wieder einsammelt.

**Blättere bitte erst dann weiter, wenn es dir die Lehrkraft sagt!**

D1. Betrachte das folgende Foto:



Autofahrer, die vor dem Rettungswagen fahren, sehen im Rückspiegel die reflektierte Schrift:

AMBULANZA

Wenn das Wort "AMBULANZA" normal auf dem Rettungswagen geschrieben wäre, wie würden es dann die vor dem Rettungswagen fahrenden Autofahrer im Rückspiegel reflektiert sehen?

- A.  AMBULANZA
- B.  AMBULANZA
- C.  AMBULANZA
- D.  AMBULANZA

---

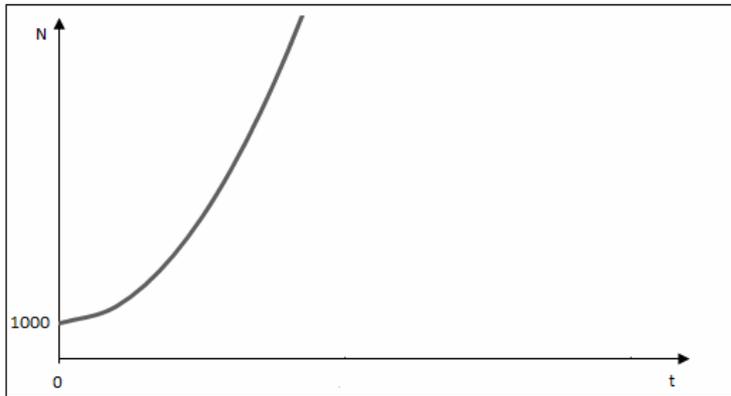
D2. Der Laserdrucker L druckt in einer Minute das Dreifache der Seiten des Deskjetdruckers D. Wenn L und D gleichzeitig arbeiten, drucken sie insgesamt 24 Seiten pro Minute. Wenn D durch einen mit L identischen Laserdrucker ersetzt wird, wie viele Seiten können dann insgesamt in einer Minute gedruckt werden?

- A.  24
- B.  30
- C.  36
- D.  48

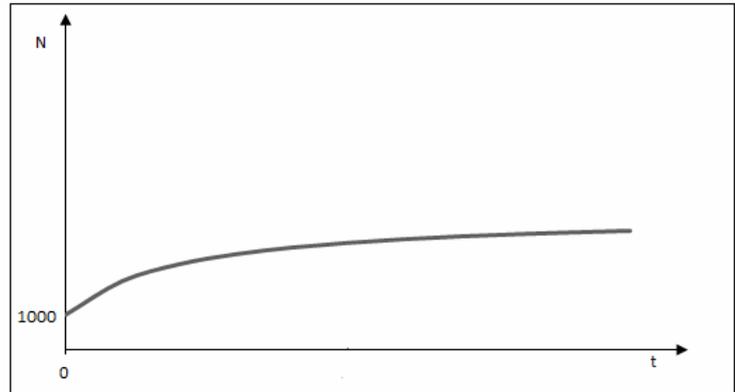
D3. Eine Bakterien-Population nimmt in der Zeit mit einer konstanten Wachstumsrate zu (das heißt, die prozentuelle Veränderung der Anzahl der Bakterien zwischen einem beliebigen Tag und dem vorhergehenden Tag ist konstant). In folgender Tabelle ist die Anzahl  $N$  der Bakterien der Population, in Millionen, im Verlauf der Tage angegeben:

Anzahl der vergangenen Tage	0	1	2	3	4	5	...
Anzahl $N$ an Bakterien (in Millionen)	1000	1100	1210	1331	...	...	

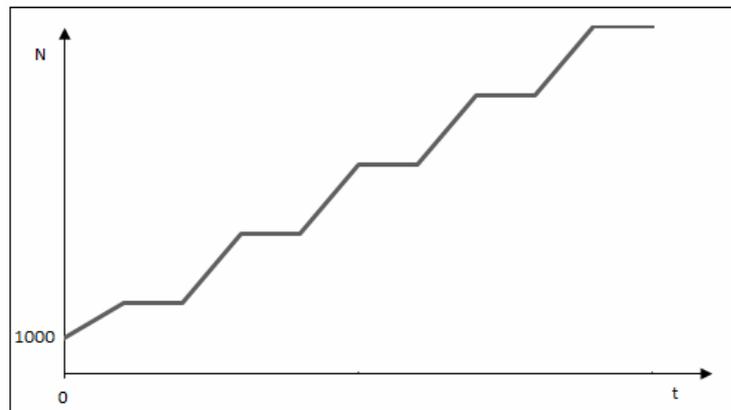
a. Welcher der folgenden Grafen kann die Bakterienanzahl  $N$  im Verlauf der Zeit  $t$  an mindestens 20 Tagen darstellen?



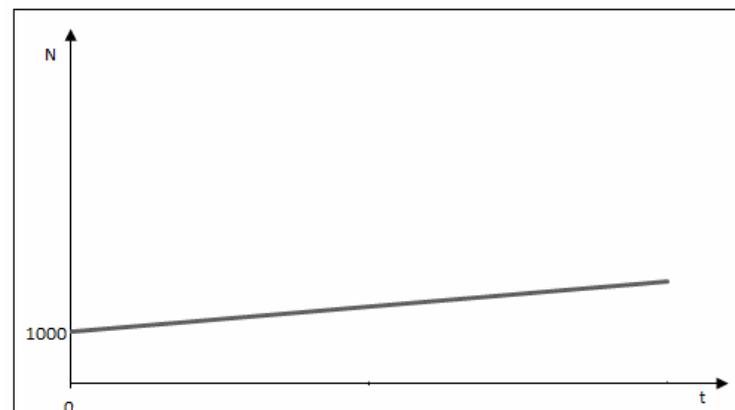
Graf 1



Graf 2



Graf 3



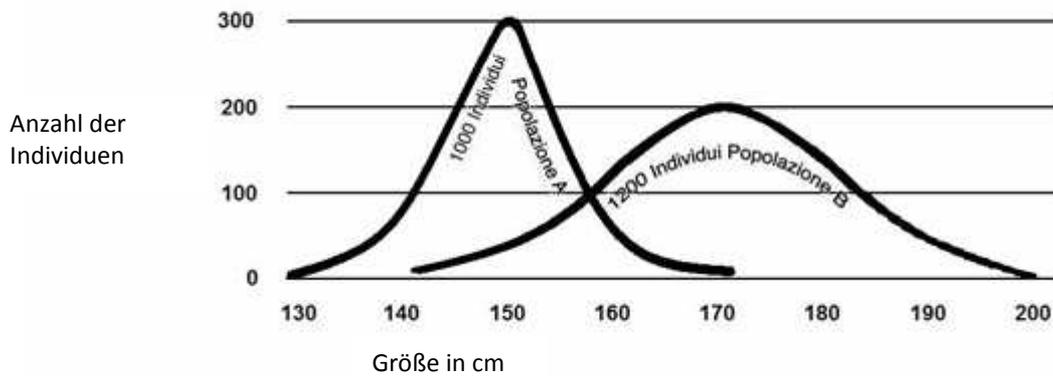
Graf 4

- A.  Graf 1
- B.  Graf 2
- C.  Graf 3
- D.  Graf 4

b. Wie viele Millionen Bakterien wird es am fünften Tag geben?

Antwort: ..... Millionen Bakterien

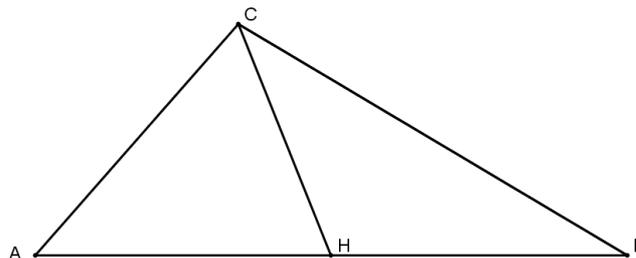
D4. Im folgenden Diagramm sind die Verteilungen der Größen von 1000 Individuen einer Population A und von 1200 Individuen einer Population B wiedergegeben.



Gib aufgrund der, im Diagramm dargestellten Informationen für jede der folgenden Aussagen an, ob sie wahr (W) oder falsch (F) ist:

		W	F
a.	Die Individuen der Population A sind im Durchschnitt größer als die Individuen der Population B.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Jedes Individuum der Population A ist größer als jedes Individuum der Population B.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Mehr als die Hälfte der Individuen der Population A ist kleiner als 155 cm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Die größten Individuen der Population B sind kleiner als die größten Individuen der Population A.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D5. Es sei H der Mittelpunkt der Seite AB eines Dreiecks ABC.



Die Dreiecke AHC und HBC haben dieselbe Fläche, weil

- A.  der Abstand von C zu AB in den beiden Dreiecken derselbe ist und  $AH = HB$ .
- B.  die Seitenhalbierende CH das Dreieck in zwei kongruente Dreiecke teilt.
- C.  sie die gemeinsame Höhe CH haben und die zugehörigen Grundlinien gleich lang sind.
- D.  beide Dreiecke CHA und CHB gleichschenkelig sind.

**D6.** Ein Wasserstoffatom enthält ein Proton, dessen Masse  $m_p$  ungefähr gleich  $2 \cdot 10^{-27}$  kg ist, und ein Elektron, dessen Masse  $m_e$  ungefähr gleich  $9 \cdot 10^{-31}$  kg ist. Welcher unter den folgenden Werten approximiert die Gesamtmasse des Wasserstoffatoms (nämlich  $m_p+m_e$ ) am besten?

- A.   $2 \cdot 10^{-27}$  kg
  - B.   $11 \cdot 10^{-31}$  kg
  - C.   $11 \cdot 10^{-58}$  kg
  - D.   $18 \cdot 10^{-58}$  kg
- 

**D7.** Gegeben ist ein Quadrat mit der Seitenlänge  $a$ .

a. Wenn die Seite  $a$  um 20% vergrößert wird, so erhält man ein neues Quadrat mit der Seite  $b$ . Welcher der folgenden Ausdrücke stellt das Maß von  $b$  dar?

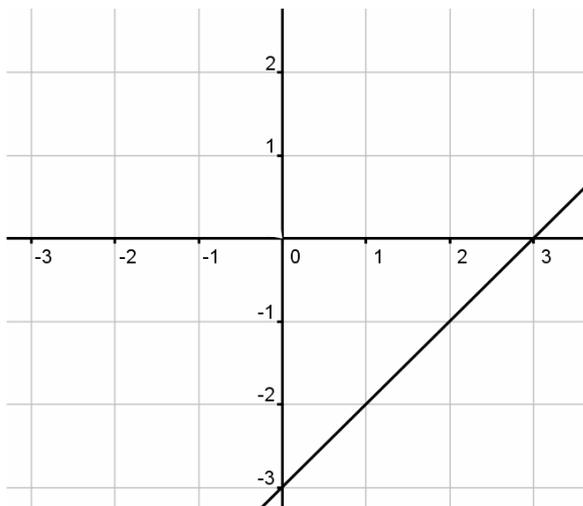
- A.   $20 a$
- B.   $1,20 a$
- C.   $a + 20$
- D.   $a + 0,20$

b. Um wie viel Prozent nimmt die Fläche des Quadrates mit der Seite  $b$  in Bezug auf die Fläche des Quadrates mit der Seite  $a$  zu?

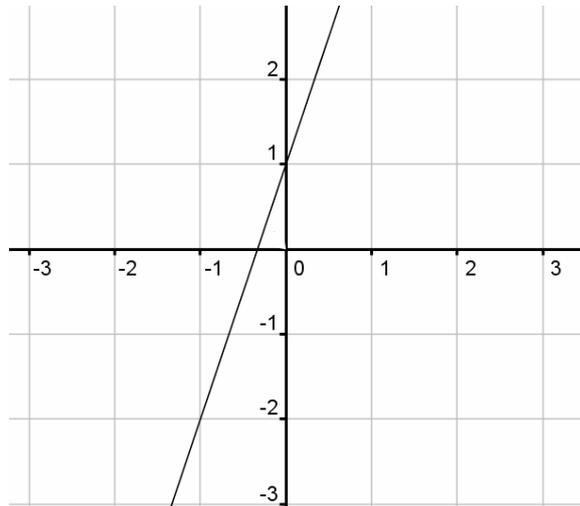
- A.  um 20%
- B.  um 40%
- C.  um 44%
- D.  um 120%

D8. Betrachte die Funktion, die definiert ist durch:  $y = 3x + 1$ .

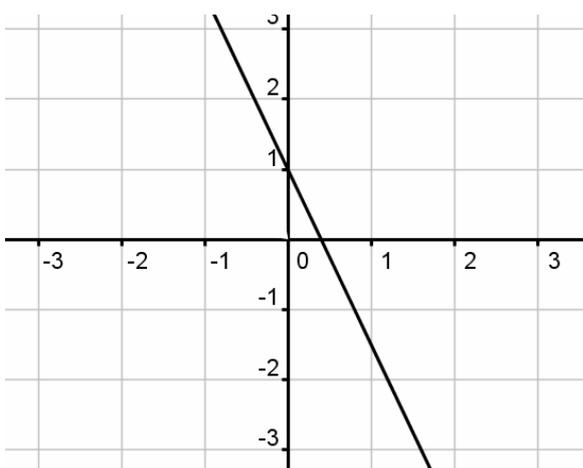
a. Welcher der folgenden Grafen stellt diese Funktion dar?



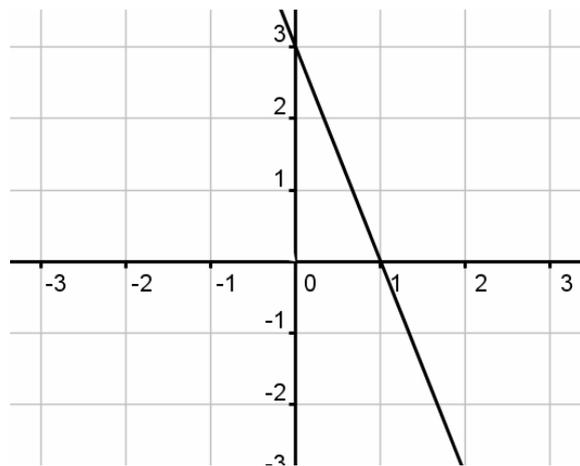
Graf 1



Graf 2



Graf 3



Graf 4

**FAHRE AUF DER NEBENLIEGENDEN SEITE FORT**

A.  Graf 1

B.  Graf 2

C.  Graf 3

D.  Graf 4

b. Welchen Wert von  $y$  erhält man für  $x = 0$ ? .....

c. Für welchen Wert von  $x$  erhält man  $y = 0$ ? .....

d. Für welche Werte von  $x$  nimmt  $y$  positive Werte an? .....

---

**D9. Auf einer Packung Papierblätter des Formats A4 steht geschrieben:  
80 g/m<sup>2</sup> (das heißt 80 Gramm pro Quadratmeter);  
DIN A4 210 × 297 mm (das heißt die Ausmaße eines DIN A4-Blattes sind 0,210 Meter mal 0,297Meter).**

**Ein DIN A4-Blatt wiegt ungefähr**

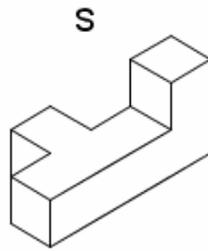
A.  0,5 Gramm

B.  1,5 Gramm

C.  5 Gramm

D.  10 Gramm

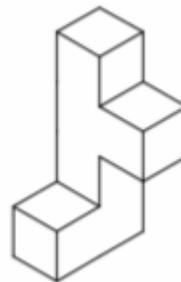
D10. Wenn der Körper S gedreht wird,



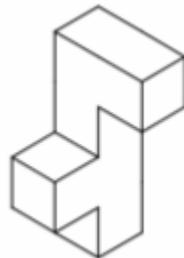
welche der folgenden Formen kann er dabei nicht annehmen?



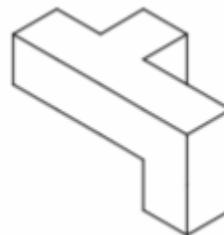
Figur 1



Figur 2



Figur 3



Figur 4

- A.  Figur 1
- B.  Figur 2
- C.  Figur 3
- D.  Figur 4

D11. Eine Fabrik verwendet zwei verschiedene Maschinen,  $M_1$  und  $M_2$ , um runde Plättchen herzustellen.

$M_1$  hat einen Qualitätsindex gleich 0,96 (das heißt, die Wahrscheinlichkeit, dass ein von Maschine  $M_1$  hergestelltes Plättchen nicht defekt ist, beträgt 96%).  $M_2$  hingegen hat einen Qualitätsindex gleich 0,98.

a. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein von  $M_2$  hergestelltes Plättchen defekt ist, beträgt:

A.  0,02

B.  0,04

C.  0,96

D.  0,98

b. Für die Herstellung von Metallplättchen arbeiten  $M_1$  und  $M_2$  in Serie, das heißt, jedes Plättchen wird zuerst von  $M_1$  und dann von  $M_2$  bearbeitet.

Wir nehmen an, dass die Ereignisse „ $M_1$  produziert ein nicht defektes Plättchen“ und „ $M_2$  produziert ein nicht defektes Plättchen“ voneinander unabhängig sind; dann beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Plättchen am Ende des Produktionszyklus (nachdem es also sowohl von  $M_1$  als auch von  $M_2$  bearbeitet wurde) nicht defekt ist:

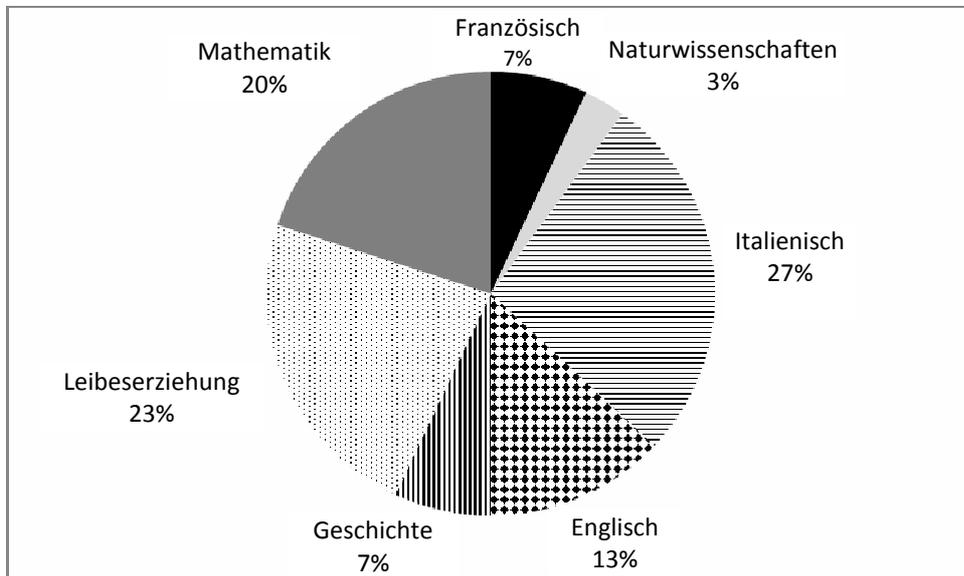
A.  98%

B.  94,08%

C.  6%

D.  1,94%

**D12.** In einer Schule, die von 800 Schülern besucht wird, wird eine Stichprobe von 300 Schülern für eine Umfrage zum Lieblingsfach ausgewählt. Die Ergebnisse der Umfrage sind im folgenden Diagramm dargestellt.



a. Wie groß ist die Anzahl der Schüler der Stichprobe, welche Mathematik nicht als ihr Lieblingsfach angegeben haben?

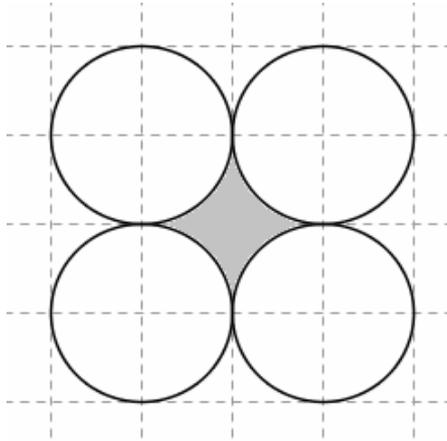
Antwort: .....

b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus der Stichprobe ausgewählter Schüler Mathematik als Lieblingsfach angegeben hat?

- A.   $\frac{1}{20}$
- B.   $\frac{1}{15}$
- C.   $\frac{1}{7}$
- D.   $\frac{1}{5}$

D13. Zur Erinnerung: Den Umfang eines Kreises berechnet man durch Multiplikation seines Durchmessers mit  $\pi$  und die Fläche eines Kreises erhält man durch Multiplikation des Quadrates seines Radius mit  $\pi$ .

Vier Kreise, jeder mit 10 cm Durchmesser, berühren sich jeweils paarweise wie in der folgenden Figur gezeigt.



a. Der Umfang der grau hervorgehobenen Fläche misst in Zentimetern:

- A.   $20\pi$
- B.   $10\pi$
- C.   $5\pi$
- D.   $4\pi$

b. Die grau hervorgehobene Fläche misst .....  $\text{cm}^2$

---

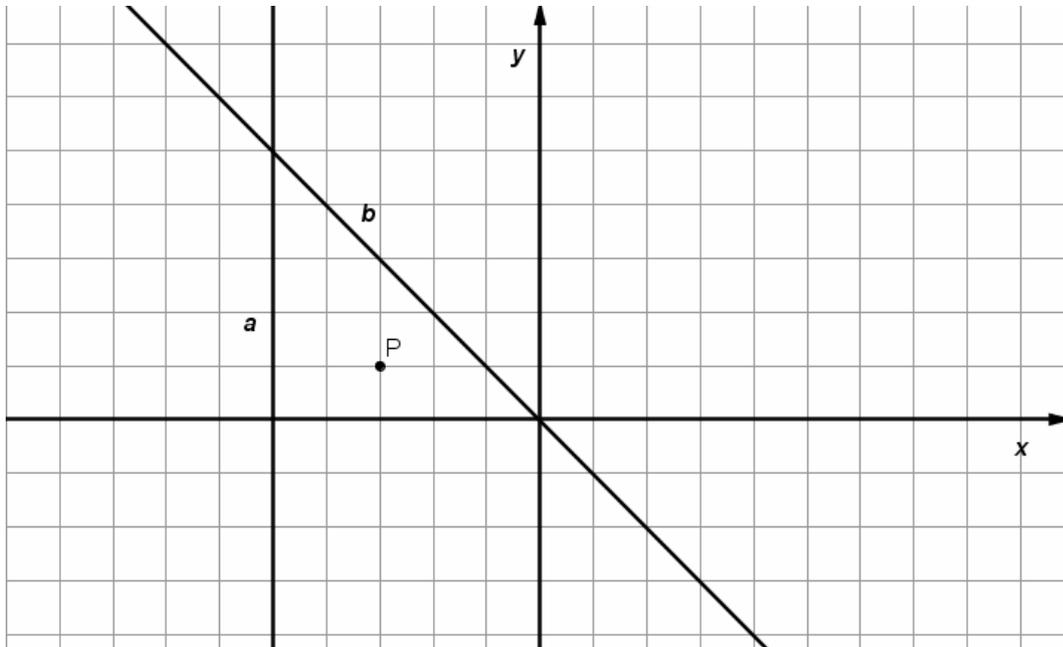
D14. Ein Autofahrer fährt die ersten 120 km einer bestimmten Strecke mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 60 km/h und die folgenden 120 km mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 120 km/h.

Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit auf der gesamten Strecke?

- A.  70 km/h
- B.  80 km/h
- C.  90 km/h
- D.  100 km/h

D15. Der Punkt  $P$  in der Abbildung hat die Koordinaten  $(-3 ; 1)$ .

- a. Zeichne in der Abbildung den Punkt  $Q$  ein, der symmetrisch zu  $P$  bezüglich der Geraden  $a$  ist. Zeichne anschließend den Punkt  $R$  ein, der symmetrisch zu  $Q$  bezüglich der Geraden  $b$  ist.



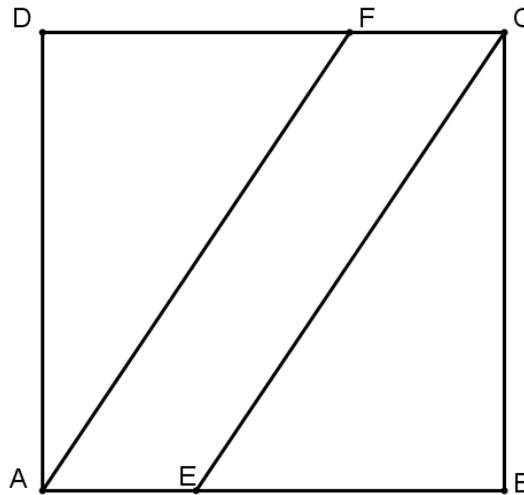
- b. Welche Koordinaten hat der Punkt  $R$ ?

- A.   $(-7 ; 1)$   
 B.   $(1 ; 7)$   
 C.   $(7 ; 1)$   
 D.   $(-1 ; 7)$

D16. Gib für jede der folgenden Aussagen an, ob sie wahr (W) oder falsch (F) ist.

		W	F
a.	Wenn eine Zahl gerade ist, dann ist sie ein Vielfaches von 4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Wenn eine Zahl ein Vielfaches von 9 ist, dann ist sie ein Vielfaches von 3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Eine Zahl ist ein Vielfaches von 6, nur wenn sie gerade ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Eine Zahl ist ein Vielfaches von 5, dann und nur dann wenn sie ein Vielfaches von 10 ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D17. Gegeben ist das Quadrat ABCD mit Seitenlänge 6 cm. AE und FC messen jeweils 2 cm.



Wie viel misst die Fläche des Vierecks AECF?

Antwort: ..... cm<sup>2</sup>

---

D18. In einem Stadtviertel sieht der Kalender für die getrennte Müllsammlung (Papier, Glas und Plastik) vor, dass die Sammlung des Papiers alle 28 Tage erfolgt, jene des Glases alle 21 Tage und jene des Plastiks alle 14 Tage. Heute sind die Sammlungen für Papier, Glas und Plastik durchgeführt worden.

Das nächste Mal, bei dem die Sammlung von Papier, Glas und Plastik gleichzeitig durchgeführt wird, wird in ..... Tagen sein.

---

D19. In der Menge der reellen Zahlen ist die Ungleichung  $x^2 > 0$  erfüllt:

- A.  für alle  $x \neq 0$
- B.  für alle  $x$
- C.  nur für alle  $x < 0$
- D.  nur für alle  $x > 0$

D20. Die folgende Tabelle gibt die Anzahl der Opfer durch Verkehrsunfälle von 2001 bis 2007 in einer Region Italiens an.

Jahr	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Anzahl der Opfer	792	776	700	681	635	539	531

(Quelle: Eurostat, Regional Transport Statistics)

a. In welchem der folgenden Zeiträume nahm die Anzahl der Opfer durch Verkehrsunfälle am stärksten ab?

- A.  zwischen 2001 und 2002
- B.  zwischen 2002 und 2003
- C.  zwischen 2003 und 2004
- D.  zwischen 2004 und 2005

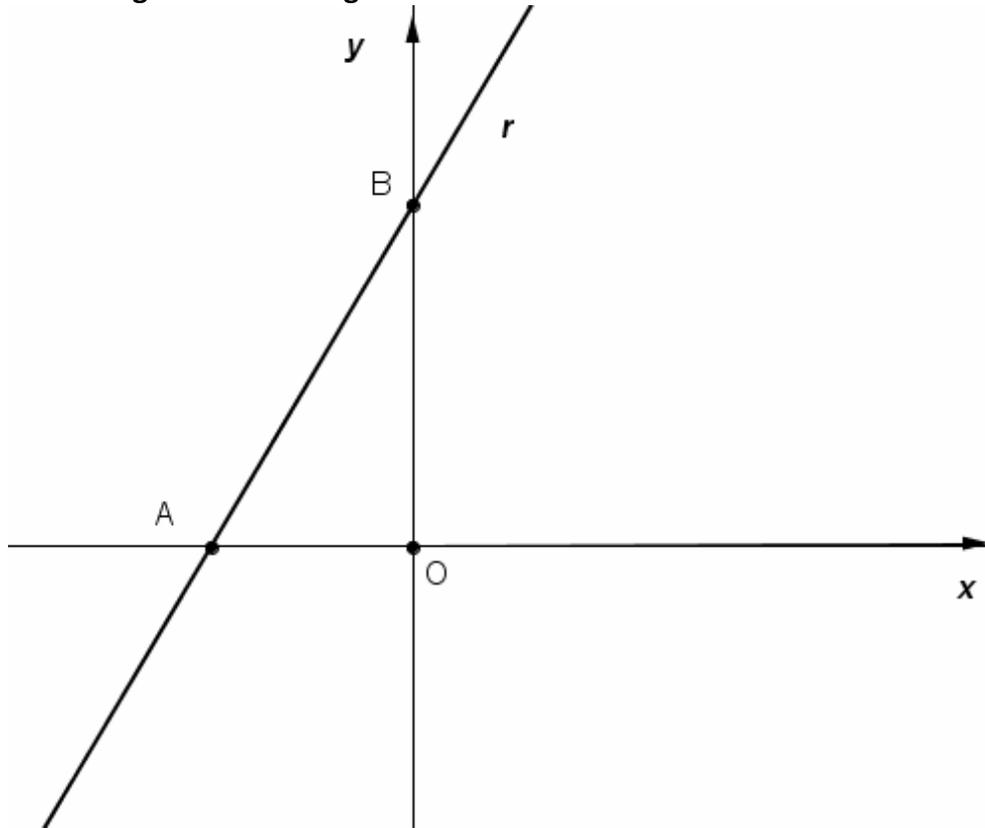
b. Um wie viel Prozent ist die Anzahl der Opfer durch Verkehrsunfälle von 2001 bis 2007 zurückgegangen?

Schreibe die Berechnungen auf, die du machst, um die Antwort zu finden und schreibe am Ende das Ergebnis hin.

.....  
.....  
.....

Ergebnis: .....

D21. Betrachte die folgende Abbildung.



Die Koordinaten von A sind  $(-3 ; 0)$  und die Fläche des Dreiecks AOB ist 9.  
Welche der folgenden Gleichungen stellt die Gerade  $r$  dar?

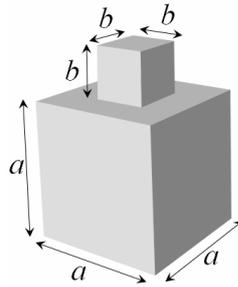
- A.   $y = 2x + 6$
- B.   $y = -2x - 6$
- C.   $y = 3x + 9$
- D.   $y = -3x - 9$

---

D22. In seinen "Prognosen der italienischen Bevölkerung für das Jahr 2020" sieht das ISTAT voraus, dass in jenem Jahr die Anzahl der italienischen Fünfzehnjährigen ungefähr 592.000 sein wird, nämlich 0,95% der gesamten italienischen Bevölkerung von 2020.  
Berechne die vom ISTAT für das Jahr 2020 geschätzte Gesamtanzahl der Italiener. Drücke das Ergebnis durch eine ganze Zahl aus.

Antwort: .....

D23. Den in der folgenden Abbildung dargestellten Körper  $S$  hat man durch Aufkleben eines Würfels über einen anderen erhalten:

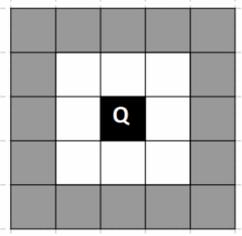


Welcher der folgenden Ausdrücke gibt die gesamte Oberfläche des Körpers  $S$  an?

- A.   $5a^2 + 4b^2$
- B.   $6a^2 + 4b^2$
- C.   $6a^2 + 5b^2$
- D.   $6a^2 + 6b^2$

D24. Im Zentrum der Figur ist ein schwarzes Quadrat  $Q$ . Das Quadrat ist umgeben von einem ersten weißen Rahmen, der aus 8 gleichen Quadraten besteht, die alle gleich  $Q$  sind, und von einem zweiten grauen Rahmen.

Stelle dir vor, dass die Figur durch weitere Rahmen (dritter, vierter, usw.) erweitert wird, die immer aus Quadraten bestehen, die alle gleich  $Q$  sind.



- a. Wie viele Quadrate bilden den vierten Rahmen?  
Antwort: .....
- b. Wenn man fortfährt, die Figur in der gleichen Weise zu erweitern, ist es dann möglich einen Rahmen zu erhalten, der aus 70 Quadraten besteht, die alle gleich  $Q$  sind?  
Wähle eine der zwei Antworten und vervollständige den Satz.

- Es ist möglich einen Rahmen aus 70 Quadraten zu erhalten, weil .....  
.....  
.....
- Es ist nicht möglich einen Rahmen aus 70 Quadraten zu erhalten, weil .....  
.....  
.....

D25. Welche unter den folgenden Zahlenfolgen ist aufsteigend geordnet?

- A.   $-10^4, -4 \cdot 10^{-4}, 10^{-4}, \frac{1}{10^{-4}}$
- B.   $-4 \cdot 10^{-4}, -10^4, \frac{1}{10^{-4}}, 10^{-4}$
- C.   $-10^4, 10^{-4}, \frac{1}{10^{-4}}, -4 \cdot 10^{-4}$
- D.   $-4 \cdot 10^{-4}, -10^4, 10^{-4}, \frac{1}{10^{-4}}$
- 

D26. Eine punktförmige Lichtquelle befindet sich im luftleeren Raum.  $I$  ist die Lichtstärke, die in einer Entfernung  $r$  von der Lichtquelle gemessen wird. Das Produkt zwischen Lichtstärke  $I$  und dem Quadrat der Entfernung  $r$  von der Quelle ist gleich einer Konstanten  $k$ .

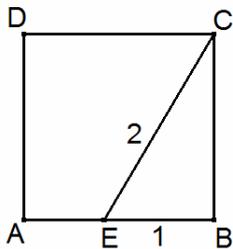
a. Welche der folgenden Formeln drückt die Beziehung zwischen  $I$  und  $r$  aus?

- A.   $\frac{I}{r^2} = k$
- B.   $\left(\frac{I}{r}\right)^2 = k$
- C.   $I \cdot r^2 = k$
- D.   $(I \cdot r)^2 = k$

b. Wenn die Entfernung  $r$  verdoppelt wird, dann beträgt die Lichtstärke  $I$

- A.  das Doppelte
- B.  die Hälfte
- C.  das Vierfache
- D.  ein Viertel

D27. ABCD ist ein Quadrat, die Strecke EC ist 2 dm lang und die Strecke EB ist 1 dm lang.



Die Fläche des Quadrates ABCD ist:

- A.  3 dm<sup>2</sup>
- B.  4 dm<sup>2</sup>
- C.  5 dm<sup>2</sup>
- D.   $4\sqrt{3}$  dm<sup>2</sup>

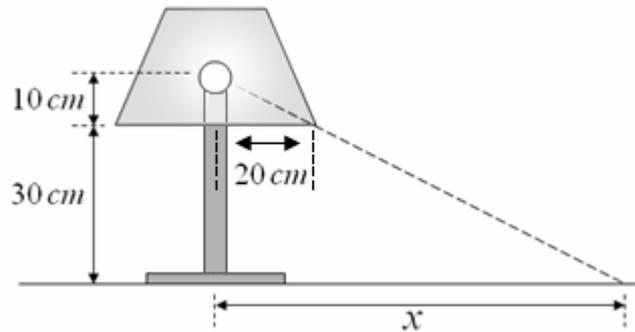
---

D28. Um zu schätzen wie viele Forellen sich in einem See befinden, fischt eine Gruppe von Biologen 200 davon, markiert die Forellen und wirft sie dann in den See zurück. Nach ein paar Tagen werden mit dem gleichen Netz 720 Forellen gefangen und nur 12 davon sind markiert.

Wie viele Forellen ungefähr können wir aufgrund dieser Informationen im See vermuten?

- A.  2000
- B.  9000
- C.  12000
- D.  144000

D29. In der Abbildung ist eine Lampe mit Lampenschirm und den zugehörigen Maßen dargestellt.



Wie viel misst der Radius  $x$  des Lichtkreises, der auf die Auflagefläche der Lampe projiziert wird?

- A.  50 cm
- B.  60 cm
- C.  70 cm
- D.  80 cm

M1310D3000

D30. Markus will ein neues Motorrad kaufen und ein Freund bietet ihm 400 Euro für das alte. Zwei Verkäufer machen ihm die folgenden Angebote für dasselbe Motorradmodell.

**Angebot A:** Preis von 2500 Euro und 10% Skonto, wenn er das alte Motorrad dem Verkäufer abgibt.

**Angebot B:** Preis von 2950 Euro, auf dem ein Skonto von 20% gewährt wird.

Welche Vorgangsweise ist für Markus vorteilhafter? Wähle eine der beiden Antworten und schreibe die Rechnungen auf, die du gemacht hast, um die richtige Antwort zu finden.

- Für Markus ist es vorteilhafter das Angebot A anzunehmen und das alte Motorrad dem Verkäufer abzugeben.

.....  
 .....  
 .....

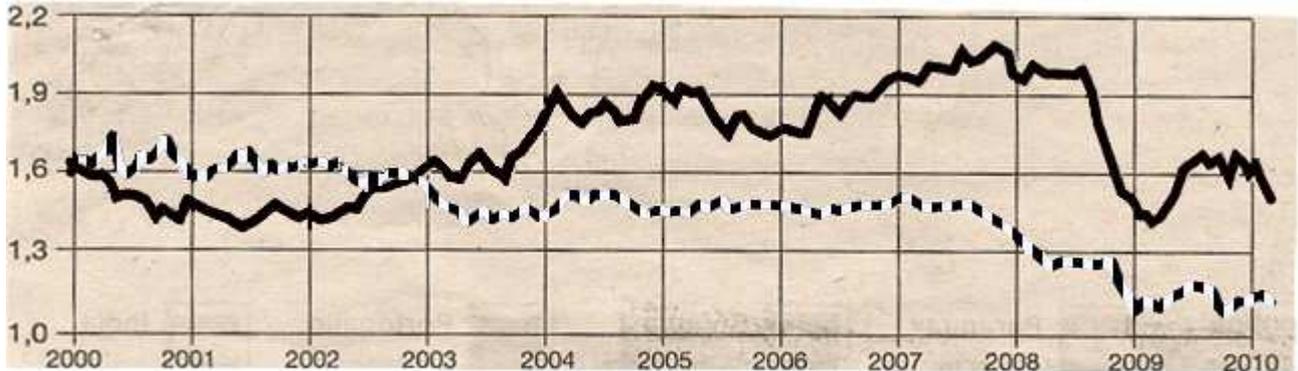
- Für Markus ist es vorteilhafter das Angebot B anzunehmen und das alte Motorrad dem Freund zu verkaufen.

.....  
 .....  
 .....

D31. Im folgenden Diagramm sind angegeben:

- Der Wechselkurs zwischen Euro und Pfund von 2000 bis 2010 (strichlierte Linie)
- Der Wechselkurs zwischen Dollar und Pfund von 2000 bis 2010 (durchgehende Linie)

Das Pfund im Vergleich zu Dollar - Euro



(Quelle: La Repubblica, 3 März 2010)



Euro für ein Pfund

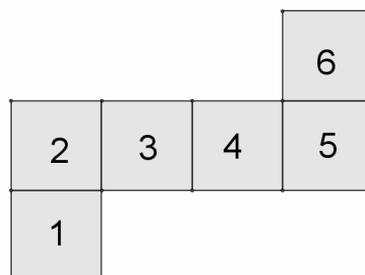


Dollar für ein Pfund

Aus den im Diagramm wiedergegebenen Informationen kannst du schließen, dass

- A.  von 2000 bis 2010 mehr Dollar als Euro nötig waren, um ein Pfund zu kaufen.
- B.  von 2000 bis 2010 mehr Euro als Dollar nötig waren, um ein Pfund zu kaufen.
- C.  von 2003 bis 2010 mehr Dollar als Euro nötig waren, um ein Pfund zu kaufen.
- D.  von 2003 bis 2010 mehr Euro als Dollar nötig waren, um ein Pfund zu kaufen.

D32. Die folgende Abbildung zeigt das Netz eines Würfels.



Welches der folgenden Zahlenpaare besteht aus gegenüberliegenden Seitenflächen des oben dargestellten Würfels?

- A.  1 und 4
- B.  2 und 5
- C.  3 und 5
- D.  4 und 6