



I Giochi di Archimede - Gara Triennio
 1. Dezember 2022

311

- Die Arbeit besteht aus 16 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl, die mit den Buchstaben (A), (B), (C), (D) und (E) gekennzeichnet sind. Eine einzige dieser Antworten ist korrekt, die anderen vier sind falsch.
- Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0, jede Frage mit einer unleserlichen Antwort oder ohne Antwort 1 Punkt.
- Für jedes Problem musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das untenstehende Raster eintragen. Lösungen und Korrekturen beim Raster sind nicht erlaubt. Die Verwendung von Taschenrechnern und Kommunikationsmitteln ist untersagt.

Für die gesamte Arbeit stehen dir 100 Minuten zur Verfügung.

Gute Arbeit und viel Vergnügen!

Name _____ Nachname _____ Klasse _____

Geburtsdatum _____ E-Mail _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- Gegeben sei eine positive ganze Zahl n . Welche der folgenden Zahlen liegt am nächsten bei $(n + \frac{3}{2})^2$?
 (A) $(n + 2)^2$ (B) $(n + 1)^2$ (C) $(n + 1)(n + 2)$ (D) $n^2 + 2$ (E) $n^2 + 9/4$
- ABC ist ein gleichschenkliges Dreieck mit $\overline{AC} = \overline{BC}$. Man wählt auf der Seite AC zwei Punkte A' und A'' und auf der Seite BC einen Punkt B' so, dass $\overline{AB} = \overline{BA'} = \overline{A'B'} = \overline{B'A''} = \overline{A''C}$. Wie groß ist der Winkel $\widehat{A'CB}$?
 (A) 18° (B) 15° (C) 24° (D) 20° (E) 30°

- Gabriel bemerkt, dass 2022 aus drei gleichen Ziffern und einer vierten Ziffer besteht, die nicht gleich wie die anderen drei ist. Wie viele natürliche Zahlen mit vier Ziffern gibt es, die man mit drei gleichen Ziffern und einer anderen Ziffer schreiben kann, welche verschieden von den drei anderen ist?

(A) 324 (B) 315 (C) 243 (D) 216 (E) 288

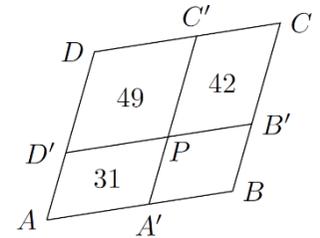
- Der Professor hat gerade die korrigierte Klassenarbeit zurückgebracht. Der Durchschnitt aller Noten ist 6. Der Durchschnitt der Noten der SchülerInnen, die mindestens eine 6 geschrieben haben, ist 7. Der Durchschnitt der anderen ist hingegen 4. Welcher Bruchteil der Klasse hat eine Arbeit unter 6 geschrieben?

(A) 1/4 (B) 1/3 (C) 2/5 (D) 3/8 (E) 2/7

- Laura malt die gesamte Oberfläche eines Holzwürfels blau an und schneidet ihn dann in $6^3 = 216$ gleiche Würfelchen auf. Sie mischt die Würfelchen und nimmt eines zufällig heraus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Laura ein Würfelchen gezogen hat, welches genau zwei blau angemalte Flächen besitzt?

(A) 8/27 (B) 1/6 (C) 1/4 (D) 4/9 (E) 2/9

- Wir betrachten das Parallelogramm ABCD. Die Parallelen, die durch einen inneren Punkt P gehen, schneiden die Seiten in A', B', C' und D' (siehe Zeichnung). Die Umfänge (in Meter) der Parallelogramme D'AA'P, C'DD'P und B'CC'P sind in der Zeichnung angegeben. Wie viele Meter misst der Umfang des Parallelogrammes A'BB'P?



(A) 24 (B) 22 (C) 26 (D) 28 (E) 27

- Wie viele Paare ganzer positiver Zahlen (a; b) gibt es, so dass a ein Teiler von b ist und $a + 2b = 1010$ gilt?

(A) 503 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 504

- Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC}$. Außerhalb dieses Dreiecks konstruieren wir eine Raute BCDE mit $\widehat{CDE} = 96^\circ$. Wie groß ist der Winkel \widehat{BAD} ?

(A) 54° (B) 36° (C) 42° (D) 48° (E) die Daten reichen nicht aus

9. Während Franz über ein mathematisches Problem nachdenkt, geht er wie üblich vor und zurück: zuerst einen Schritt vor, dann zwei Schritte zurück, drei vor, vier zurück und so weiter. Jeder Schritt misst 60 cm. Sobald er eine Entfernung von 30 Meter vom Startpunkt erreicht hat, löst er endlich das Problem. Wie viele Schritte hat er insgesamt gemacht?

- (A) 50 (B) 5150 (C) 1275 (D) 5050 (E) 4950

10. Die nebenstehende Tabelle hat 7 Spalten und unendlich viele Zeilen nach unten. Sie wird mit den natürlichen Zahlen in aufsteigender Reihenfolge aufgefüllt. Vielfache von 5 werden ausgelassen. Mit welcher Zahl endet die 120te Zeile?

1	2	3	4	6	7	8
9	11	12	13	14	16	17

- (A) 1049 (B) 1051 (C) 1052 (D) 839 (E) 841

11. Am Ufer eines kreisförmigen Sees liegen drei Häfen. Auf einer Landkarte befinden sie sich in A, B und C. Wenn man die Winkel bestimmt, so erhält man $\widehat{CAB} = 57^\circ$, $\widehat{ABC} = 48^\circ$ und $\widehat{BCA} = 75^\circ$. Bei einem Notfall auf dem See hilft derjenige Hafen, der am nächsten beim Unglücksort liegt. Welcher Bruchteil des Sees wird von dem Hafen aus versorgt, der die größte Seefläche betreuen muss?

- (A) 5/12 (B) 11/30 (C) 41/120 (D) 7/18 (E) 9/25

12. Wie viele geordnete Paare natürlicher Zahlen $(m; n)$ mit $m \leq n$ gibt es, deren kleinstes gemeinsames Vielfaches gleich 1515 ist?

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 11 (E) 10

13. Albert und Barbara haben zwei Säckchen. Das Säckchen von Alberto enthält 2022, das von Barbara 9^{99} Bonbons. Zu jeder Zeit kann einer der beiden ein Bonbon aus dem eigenen Säckchen essen, ohne eine Reihenfolge oder einen Wechsel abzuwarten. Allerdings muss diese Person dabei der anderen ein Bonbon schenken. Die beschenkte Person gibt es in das eigene Säckchen. Nach einiger Zeit kann keiner der beiden mehr ein Bonbon essen. Man kann aussagen, dass zu diesem Zeitpunkt

- (A) beide kein Bonbon mehr haben
 (B) Albert ein Bonbon, Barbara keines mehr hat
 (C) Barbara ein Bonbon, Albert keines mehr hat
 (D) beide ein Bonbon haben
 (E) einer der beiden (man kann nicht voraussehen, wer) ein Bonbon hat, der andere keines

14. Gib an, wie viele Zahlen $k \in \mathbb{R}$ es gibt, für die das Polynom $p(x) = x^2 - kx + 36$ mindestens eine ganzzahlige positive Nullstelle hat, die kleiner als 1000 ist!

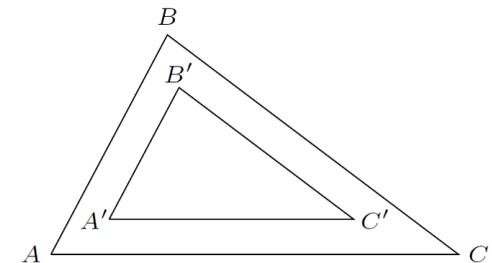
- (A) 3 (B) 1 (C) 2 (D) 999 (E) 995

15. Luca und Karl spielen gegeneinander Tombola (ohne andere Gegner). Jeder der beiden hat ein Kärtchen mit 15 Zahlen, die beiden Kärtchen haben keine Zahlen gemeinsam. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Spiel genau bei der 89. Ziehung entscheidet?

(Anmerkung des Übersetzers: Bei Tombola werden nacheinander 90 Zahlen gezogen. Der Spieler mit dem Kärtchen, dessen Zahlen als erste vollständig gezogen werden, gewinnt.)

- (A) 9/178 (B) 5/178 (C) 5/89 (D) 1/18 (E) 1/36

16. Im spitzwinkligen Dreieck ABC messen die Seiten AB und BC 17 m und 25 m. Die Höhe BH ist gleich 15 m. Wir betrachten das Dreieck A'B'C', das in ABC liegt, dessen Seiten parallel zu denen von ABC sind und sich in einem Abstand von 2 m von diesen befinden. Wie viele m² misst die Fläche von A'B'C'?



- (A) 315/2 (B) 280/3 (C) 140 (D) 105 (E) 126