

Frage 4

Eine vereinfachte Empfangsantenne besteht aus einer Kupferwicklung mit quadratischer Form. Eine Seite der Wicklung hat die Länge 20 cm und seine Enden sind mit einem Voltmeter verbunden. Dieses ist so eingestellt, dass es in der Lage ist den Effektivwert der induzierten Spannung an den Enden der Kupferwicklung zu messen, also

$$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

wobei \hat{U} der Scheitelwert der Wechselspannung ist.

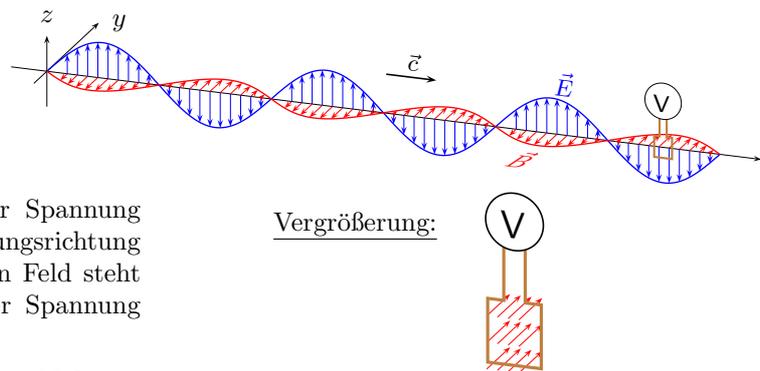
Die Empfangsantenne ist in 100 Metern Entfernung eines Funkgerätes positioniert. Letzteres ist von einem, von Amateurfunkern üblicherweise benutzten Typ.

Dieses Funkgerät sendet mit einer Frequenz von 27 MHz . Das Gesetz schreibt vor, mit Leistungen nicht über 4 W zu senden, um den Empfang von Rundfunk und Fernseher nicht zu stören.

Manchmal mißachten Amateurfunker diesen Grenzwert und senden mit Leistungen bis zu 200 W . Es soll untersucht werden, ob das zu überprüfende Funkgerät die gesetzlichen Grenzwerte für die Leistung respektiert.

Unser Voltmeter misst das Maximum der Spannung wenn die Wicklung parallel zur Ausbreitungsrichtung der Welle und senkrecht zum magnetischen Feld steht (siehe Abbildung). Der Effektivwert dieser Spannung beträgt $12,5\text{ mV}$

Welche Leistung wird vom Funkgerät abgestrahlt?



Lösung:

Normalerweise würde man nun versuchen einen Ausdruck für den Fluss $\Phi(t)$ zu erhalten. Hier empfiehlt es sich aber zuerst die Länge der Wicklung mit der Wellenlänge der **EM**-Welle zu vergleichen. Ist die Wellenlänge sehr viel größer als die Länge der Wicklung, dann ist die Flussdichte innerhalb der Wicklung näherungsweise räumlich konstant/homogen (natürlich aber noch zeitlich veränderlich). Dies ist mit der Vergrößerung in obiger Abbildung verdeutlicht worden.

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{27 \cdot 10^6 \frac{1}{s}} = 11,11 m \quad \text{vs. } 0,2 m, \text{ die Näherung ist somit sinnvoll.}$$

Für diesen Fall gilt dann für die Flussdichte eine einfache zeitliche Abhängigkeit und somit auch ein einfacher Ausdruck für den magnetischen Fluss und die gemessene Induktionsspannung:

$$B(t) = \hat{B} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \Rightarrow \quad \Phi(t) = A \cdot \hat{B} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \Rightarrow \quad U_{ind}(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{d(A \cdot \hat{B} \cdot \sin(\omega \cdot t))}{dt}$$

Führt man die Ableitung durch und stellt den ganzen Ausdruck auf \hat{B} um so erhält man:

$$U_{ind}(t) = -\overbrace{A \cdot \hat{B} \cdot \omega}^{\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \Rightarrow \quad \hat{B} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{eff}}{A \cdot \omega} = \frac{\sqrt{2} \cdot 12,5 \cdot 10^{-3} V}{(0,2 m)^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 27 \cdot 10^6 \frac{1}{s}} = 2,61 nT$$

Für die, von einer **EM**-Welle transportierte Leistung pro Fläche (somit die **Intensität**) gilt die Beziehung:

$$I(t) = c \cdot \epsilon_0 \cdot E(t)^2 \quad \text{oder} \quad I(t) = \frac{c}{\mu_0} \cdot B(t)^2 \quad \text{mit der Einheit} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

Für das Feld wird $B(t) = \hat{B} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ in obige Formel eingesetzt (vgl. Wechselstrom, Akustik usw.).

$$I(t) = \frac{c}{\mu_0} (\hat{B} \cdot \sin(\omega \cdot t))^2 \quad \rightarrow \quad \bar{I} = \frac{1}{T} \cdot \int_t^{t+T} \frac{c}{\mu_0} \cdot \hat{B}^2 \cdot (\sin(2\pi \cdot \frac{t}{T}))^2 dt = \frac{c}{2 \cdot \mu_0} \cdot \hat{B}^2$$

$$\bar{I} = \frac{c}{2 \cdot \mu_0} \cdot \hat{B}^2 = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}} \cdot (2,61 nT)^2 = 8,14 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

Geht man von einer in alle Raumrichtungen gleichmäßigen Abstrahlung aus (isotrop), dann erhält man die gesamte abgestrahlte Leistung, indem man die Intensität mit der Oberfläche der Kugel mit dem Radius 100 m multipliziert.

$$\bar{P} = I_{eff} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 8,14 \frac{W}{m^2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 100^2 m^2 = 101,8 W$$

Auch wenn das Funkgerät seine Leistung nur über die obere Halbkugel abstrahlt (oberhalb des Erdrachs), so sind dies immer noch über 50 W, also weit mehr als die gesetzlich zulässige Leistung.